

Representación de objetos tridimensionales utilizando multicubos

Software: Multicubos, geoespacio, explorando el espacio 3D

Efraín Alberto Hoyos Salcedo

Universidad del Quindío

Armenia-Quindío, Colombia

Objetivo general

Socializar a los docentes participantes una estrategia de intervención pedagógica con un ambiente informático para el mejoramiento de habilidades de visualización del espacio tridimensional.

Objetivos específicos

- a) Conceptualizar sobre los Sistemas de representación y actividades que permiten visualizar el espacio tridimensional, de acuerdo al desarrollo de las tareas de interpretación de objetos tridimensionales.
- b) Destacar los ambientes informáticos como una alternativa para adquirir la visualización del espacio tridimensional.

Justificación

- a) En didáctica de las matemáticas, está demostrado que, en todos los campos de las matemáticas escolares, el aprendizaje y la enseñanza resultan más fáciles y profundas cuando evitan la abstracción innecesaria y se apoyan en representaciones o modelizaciones graficas o físicas que los estudiantes pueden observar, construir, manipular o transformar, presentar conceptos a los estudiantes mediante figuras o construcciones que los representen o describan, y ahora mejor con la ayuda de software educativo.
- b) En la literatura sobre las representaciones planas de cuerpos tridimensionales se menciona que la interpretación y necesidad de utilizar representaciones planas para la enseñanza en asignaturas de numerosas especialidades, en las que intervienen objetos tridimensionales, tienen como consecuencia que las características de dichas representaciones hayan sido objeto de estudio bajo diversas perspectivas (didáctica, psicología, tecnología, artística, etc.) desde hace bastantes años.
- c) Hoy según los estándares por competencias en matemáticas en Colombia, se traslada la responsabilidad del desarrollo de competencias espaciales en los estudiantes en básica primaria y secundaria, asunto que antes estaba incluido en el currículo de dibujo técnico.

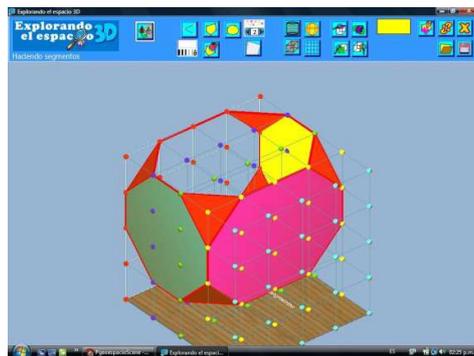
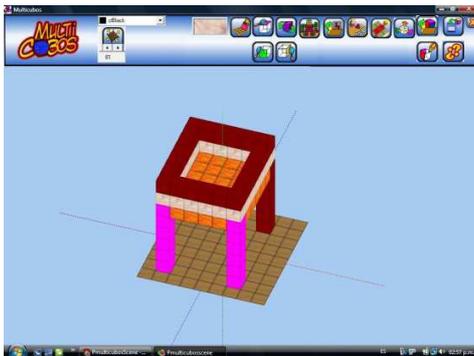
VIII FESTIVAL INTERNACIONAL DE MATEMÁTICA

7 al 9 de junio de 2012. Sede Chorotegea, Universidad Nacional, Liberia, Costa Rica

Metodología del taller

El taller se desarrollará en tres momentos durante hora y media:

1. Introducción teórica sobre sistemas de representación del espacio 3D.
2. Desarrollo de actividades con software educativo que incluyen los siguientes programas: multicubos, Geoespacio y explorando el espacio 3D. (Figuras siguientes)
3. Discusión de los alcances bondades y dificultades de la propuesta didáctica.



Algunas reflexiones teóricas

• PENSAMIENTO ESPACIAL Y SISTEMAS GEOMÉTRICOS

El estudio de la geometría intuitiva en los currículos de las matemáticas escolares se había abandonado como una consecuencia de la adopción de la matemática moderna. Desde un punto de vista didáctico, científico e histórico, actualmente se considera una necesidad ineludible volver a recuperar el sentido espacial intuitivo en toda la matemática, no sólo en lo que se refiere a la geometría.

Howard Gardner, Estructuras de La Mente - La Teoría de Las Inteligencias Múltiples. Fondo de Cultura Económica USA, December 2001 en su teoría de las múltiples inteligencias considera como una de estas inteligencias la espacial y plantea que el pensamiento espacial es esencial para el pensamiento científico, ya que es usado para representar y manipular información en el aprendizaje y en la resolución de problemas. El manejo de información espacial para resolver problemas de

VIII FESTIVAL INTERNACIONAL DE MATEMÁTICA

7 al 9 de junio de 2012. Sede Chorotega, Universidad Nacional, Liberia, Costa Rica

ubicación, orientación y distribución de espacios es peculiar a esas personas que tienen desarrollada su inteligencia espacial. Se estima que la mayoría de las profesiones científicas y técnicas, tales como el dibujo técnico, la arquitectura, las ingenierías, la aviación, y muchas disciplinas científicas como química, física, matemáticas, requieren personas que tengan un alto desarrollo de inteligencia espacial.

La propuesta de Renovación Curricular avanzó en este proceso enfatizando la geo-metría activa como una alternativa para restablecer el estudio de los sistemas geométricos como herramientas de exploración y representación del espacio.

En los sistemas geométricos se hace énfasis en el desarrollo del pensamiento espacial, el cual es considerado como “el conjunto de los procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y se manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones, y sus diversas traducciones a representaciones materiales”.

Los sistemas geométricos se construyen a través de la exploración activa y modelación del espacio tanto para la situación de los objetos en reposo como para el movimiento. Esta construcción se entiende como un proceso cognitivo de interacciones, que avanza desde un espacio intuitivo o sensorio-motor (que se relaciona con la capacidad práctica de actuar en el espacio, manipulando objetos, localizando situaciones en el entorno y efectuando desplazamientos, medidas, cálculos espaciales, etc.), a un espacio conceptual o abstracto relacionado con la capacidad de representar internamente el espacio, reflexionando y razonando sobre propiedades geométricas abstractas, tomando sistemas de referencia y prediciendo los resultados de manipulaciones mentales.

Este proceso de construcción del espacio está condicionado e influenciado tanto por las características cognitivas individuales como por la influencia del entorno físico, cultural, social e histórico. Por tanto, el estudio de la geometría en la escuela debe favorecer estas interacciones. Se trata de actuar y argumentar sobre el espacio ayudándose con modelos y figuras, con palabras del lenguaje ordinario, con gestos y movimientos corporales y recursos informáticos.

Geometría activa

Para lograr este dominio del espacio se sugiere el enfoque de geometría activa que parte de la actividad del alumno y su confrontación con el mundo. Se da prioridad a la actividad sobre la contemplación pasiva de figuras y símbolos, a las operaciones sobre las relaciones y elementos de los sistemas y a la importancia de las transformaciones en la comprensión aun de aquellos conceptos que a primera vista parecen estáticos. Se trata pues de hacer cosas, de moverse, dibujar, construir, producir y tomar de estos esquemas operatorios el material para la conceptualización o representación interna. Esta conceptualización va acompañada en un principio por gestos y palabras del lenguaje ordinario, hasta que los conceptos estén incipientemente contruidos a un nivel suficientemente estable para que los alumnos mismos puedan proponer y evaluar posibles definiciones y simbolismos formales.

Veamos la diferencia entre mostrar y hacer, entre observar y actuar, entre simbolizar y conceptualizar en algunos ejemplos concretos. La geometría activa es una alternativa para restablecer el estudio de los sistemas geométricos como herramientas de exploración y representación del espacio.

Representación bidimensional del espacio tridimensional

Otro aspecto importante del pensamiento espacial es la exploración activa del espacio tridimensional en la realidad externa y en la imaginación, y la representación de objetos sólidos ubicados en el espacio.

VIII FESTIVAL INTERNACIONAL DE MATEMÁTICA

7 al 9 de junio de 2012. Sede Chorotegea, Universidad Nacional, Liberia, Costa Rica

Al respecto Lappan y Winter, afirman:

“A pesar de que vivimos en un mundo tridimensional, la mayor parte de las experiencias matemáticas que proporcionamos a nuestros niños son bidimensionales. Nos valemos de libros bidimensionales para presentar las matemáticas a los niños, libros que contienen figuras bidimensionales de objetos tridimensionales. A no dudar, tal uso de dibujos de objetos le supone al niño una dificultad adicional en el proceso de comprensión. Es empero, necesario que los niños aprendan a habérselas con las representaciones bidimensionales de su mundo. En nuestro mundo moderno, la información seguirá estando diseminada por libros y figuras, posiblemente en figuras en movimiento, como en la televisión, pero que seguirán siendo representaciones bidimensionales del mundo real”, Linda Dickson y otros, El aprendizaje de las matemáticas, Editorial Labor S.A., Madrid, 1991, pág. 48

Para comunicar y expresar la información espacial que se percibe al observar los objetos tridimensionales es de gran utilidad el uso de representaciones planas de las formas y relaciones tridimensionales. Hay distintos tipos de tales representaciones. Cada una es importante para resaltar un aspecto, pero es necesario utilizar varias a la vez para desarrollar y completar la percepción del espacio.

La representación en el plano de cuerpos sólidos o de objetos de la realidad, puede hacerse mediante dibujos de vista única o dibujos de vista múltiples. Los dibujos de vista única son aquellos en los que se ilustran las tres dimensiones del objeto en una sola vista, con lo cual se logra representar el objeto de una manera muy próxima a la realidad. Hay dos maneras de hacer estos dibujos: mediante axonometrías y mediante perspectivas cónicas. Los dibujos de vistas múltiples representan los objetos a través de una serie fragmentada de vistas relacionadas. En la Unidad VI del Programa Curricular de 9º Grado de educación básica secundaria, publicado por el MEN en 1991, se presenta una propuesta didáctica para desarrollar con los estudiantes la representación en el plano del espacio tridimensional.

El dibujo en perspectiva se puede utilizar con mucho provecho para la educación estética, y para el ejercicio de las proyecciones de objetos tridimensionales en la hoja de papel, y de la hoja de papel al espacio. Para esto último se puede empezar por dibujar cubos y cajas en perspectiva, de manera que unos oculten parcialmente a los otros, y luego tratar de colocar cubos y cajas de cartón sobre una mesa de manera que se vean como en el papel. Aun en el dibujo en perspectiva es difícil dibujar las elipses que representan las distintas maneras como aparece un círculo desde distintos puntos de vista. Por eso puede ser aconsejable limitar la perspectiva a figuras rectilíneas, a menos que los mismos alumnos quieran explorar cómo se dibujan las tapas de las alcantarillas en las calles ya dibujadas en perspectiva.

Las transformaciones

En la actualidad, gran parte de la geometría escolar se ha ocupado del movimiento de figuras geométricas desde una posición a otra, y de movimientos que cambian el tamaño o la forma. El estudio de las transformaciones de figuras ha ido progresivamente primando sobre la presentación formal de la geometría, basada en teoremas y demostraciones y en el método deductivo.

La primacía de las figuras muertas y de las relaciones de paralelismo y perpendicularidad de líneas, y las de igualdad o congruencia o semejanza de figuras ocultaron por mucho tiempo el origen activo, dinámico de los conceptos geométricos, y dejaron en la penumbra las transformaciones. Los sistemas geométricos se redujeron a sus componentes, como los puntos, líneas y planos, segmentos de recta y curvas, y figuras compuestas por ellos, con sólo la estructura dada por las relaciones mencionadas.

VIII FESTIVAL INTERNACIONAL DE MATEMÁTICA

7 al 9 de junio de 2012. Sede Chorotegea, Universidad Nacional, Liberia, Costa Rica

Esta propuesta intenta devolver la dinámica a los sistemas geométricos, con sus operadores y transformaciones, que resultan de internalizar en forma de esquemas activos en la imaginación, los movimientos, acciones y transformaciones que se ejecutan físicamente. Esto quiere decir que una transformación no puede definirse, ni mucho menos simbolizarse formalmente, antes de que los alumnos hayan hecho algunas transformaciones externas, moviéndose ellos mismos y moviendo hojas, varillas y otros objetos, deformándolos, rotándolos o deslizándolos unos sobre otros de manera física, de tal manera que ya puedan imaginarse esos movimientos sin necesidad de mover o transformar algo material, a lo más acompañando esta imaginación con movimientos del cuerpo o de las manos, Carlos E. Vasco, op. cit, pág. 63.

Cuando se estudien estos sistemas de transformaciones, debe comenzarse por los desplazamientos que pueden hacerse con el propio cuerpo, o deslizando objetos y figuras sobre el plano del piso, del papel o del tablero. Con esto se llega primero a las rotaciones y a las traslaciones. Se trata de ver qué tipo de movimientos conservan la dirección, cuáles la orientación en el plano o en el espacio, cuáles cambian los órdenes cíclicos de los vértices, sin definir verbalmente ninguna de estas transformaciones.

En los talleres con los maestros hemos comprobado la dificultad que tienen para distinguir esos aspectos activos que los niños captan inmediatamente, y la resistencia que sienten al ver que en realidad no se puede definir con palabras qué es traslación ni qué es rotación. Definirlas por medio de las reflexiones es un engaño, pues tampoco se pueden definir las reflexiones por medio de definiciones verbales.

Las reflexiones no pueden hacerse con figuras de material concreto: o se hacen en el cerebro o no pueden hacerse. La ayuda de espejos, láminas semitransparentes, calcado en papel transparente o de copia, etc., pueden ayudar al cerebro a interiorizar, reversar y coordinar las reflexiones pero no pueden suplantarlos. Por lo tanto, no se debe comenzar por las reflexiones para obtener las rotaciones y las traslaciones.

De esta manera se propone que se trabaje la geometría por medio de aquellas transformaciones que ayuden a esa exploración activa del espacio y a desarrollar sus representaciones en la imaginación y en el plano del dibujo.

• TAREAS PARA EL DESARROLLO DE HABILIDADES DE VISUALIZACION Y ORIENTACION ESPACIAL

En las investigaciones analizadas en el campo de la educación matemática se proponen diferentes definiciones de visualización y orientación, tanto en el contexto de la geometría como en otras disciplinas (por ejemplo, el álgebra o la aritmética), pero muchas veces se designa un mismo concepto con nombres diferentes y conceptos diferentes con un mismo nombre. Además, estas definiciones pueden resultar de difícil aplicación directa en la enseñanza.

De forma general consideramos la visualización y la orientación espacial como un conjunto de habilidades relacionadas con el razonamiento espacial. Visualizar y orientar un objeto, un sujeto o un espacio, no incluye únicamente la habilidad de “ver” los objetos y los espacios, sino también la habilidad de reflexionar sobre ellos y sus posibles representaciones, sobre las relaciones entre sus partes, su estructura, y de examinar sus posibles transformaciones (rotación, sección, desarrollos,...).

VIII FESTIVAL INTERNACIONAL DE MATEMÁTICA

7 al 9 de junio de 2012. Sede Choroteaga, Universidad Nacional, Liberia, Costa Rica

Observamos que la interpretación y la comunicación de la información de manera figural (con descripciones gráficas y modelos de hechos y relaciones espaciales) o verbal (vocabulario específico utilizado en geometría, expresiones y términos deícticos) son importantes habilidades relacionadas con la visualización y la orientación espacial.

En este apartado abordamos de una manera operativa el tema de la visualización y la orientación en el contexto de la geometría espacial, identificando y clasificando los principales tipos de tareas sobre la visualización y la orientación de objetos o espacios tridimensionales (representados en el plano o presentados físicamente). Para lograr este objetivo analizamos las tareas presentadas en las diferentes investigaciones sobre el tema en el campo de la educación matemática y de la psicología.

Basándonos en esa categorización de acciones y centrándonos en el contexto tridimensional (prescindimos de las tareas de orientación y visualización de figuras planas) podemos diferenciar tres grandes familias de actividades, según el tópico específico tratado:

1. Orientación estática del sujeto y de los objetos
2. Interpretación de perspectivas de objetos tridimensionales
3. Orientación del sujeto en espacios reales

La primera familia es una ampliación de la categoría de acciones de Berthelot y Salin (1992) “desplazar, encontrar, comunicar la posición de objetos” donde incluimos las tareas que tratan el problema de la orientación del cuerpo del sujeto, del sujeto con relación a otros objetos, y la eventual orientación de objetos (orientaciones que involucran el conocimiento del esquema corporal y la posible proyección de este esquema en el objeto).

La segunda familia de actividades está relacionada con la categoría de acciones identificada por Berthelot y Salin como “reconocer, describir, fabricar o transformar objetos”, en las cuales incluimos también las tareas de representación (bi o tridimensional) de objetos tridimensionales (materiales o representados en el plano).

Mientras que en la tercera familia incluimos las actividades de reconocimiento, descripción, construcción, transformación, interpretación y representación de espacios de vida (espacio reales) o de desplazamientos.

En este proyecto de investigación nos centraremos en la visualización de objetos tridimensionales, mediante la elaboración e implementación de una propuesta de intervención pedagógica que potencie el desarrollo de habilidades de visualización del espacio 3D, en ambientes informáticos. La propuesta incluirá las siguientes actividades:

ACTIVIDADES DE VISUALIZACIÓN DE OBJETOS TRIDIMENSIONALES

En esta familia de tareas incluimos las actividades que requieren reconocer y cambiar puntos de vista, interpretar perspectivas de objetos, rotar mentalmente objetos, interpretar diferentes representaciones planas de objetos tridimensional (perspectivas, vistas,...), convertir una representación plana en otra, construir objetos a partir de una o más representaciones planas,... Observamos que en estas tareas se construyen técnicas para representar un objeto o un espacio, y al mismo tiempo se aprende a leer diferentes tipos de representaciones planas y los códigos respectivos.

VIII FESTIVAL INTERNACIONAL DE MATEMÁTICA

7 al 9 de junio de 2012. Sede Chorotega, Universidad Nacional, Liberia, Costa Rica

Muchas son las investigaciones que estudian las estrategias, los conocimientos, las habilidades, las dificultades, puestas en juego al resolver diferentes actividades de perspectivas de cuerpos tridimensionales. Describimos brevemente las tareas presentadas en algunos trabajos centrados en este tópico.

Gutiérrez (1996a, p. 36), en el análisis de un experimento de enseñanza de las representaciones planas de módulos multicubos, distingue tres tipos de actividades:

- A partir de una representación plana del módulo (perspectiva en el ordenador con la posibilidad de girarlo libremente), tiene que dibujar diferentes tipos de sus representaciones planas.
- El estudiante tiene que relacionar dos tipos de representaciones planas del módulo, sin construirlo físicamente.

Observamos que las representaciones planas que Gutiérrez considera en este trabajo son la perspectiva (no tratada en el análisis del experimento), la representación por plantas, las vistas ortogonales, las vistas ortogonales codificadas y la proyección isométrica.

En Pittalis, Mousoulides y Christou (2009) se describen dos actividades relacionadas con la interpretación de una representación plana de un objeto tridimensional: una requiere construir un objeto tridimensional a partir de sus vistas y la otra requiere dibujar un objeto tridimensional y estudiar las propiedades del objeto que se conservan en su representación.

Muchos trabajos analizados incluyen tareas de rotación de un objeto tridimensional. Por ejemplo Gorgorió (1996, 1998) se centra en el estudio de las estrategias utilizadas por alumnos entre 12 y 16 años al resolver tareas que involucran rotaciones espaciales.

Fischbein (1993) analiza el caso del desarrollo de un cubo, como ejemplo de una práctica con estudiantes de actividades mentales en las cuales la cooperación entre el aspecto conceptual y el figural requiere un esfuerzo especial. Esta actividad se refiere al desarrollo de un cuerpo geométrico y está compuesta de tres partes:

- Dibujar la imagen obtenida desarrollando un cuerpo geométrico
- Identificar el cuerpo geométrico obtenido a partir de un desarrollo plano
- Indicar en el desarrollo las aristas que se hacen corresponder cuando el objeto tridimensional sea reconstruido.

De manera más general, Ben-Chaim, Lappan y Houang (1988) estudian las habilidades de visualización espacial y el efecto de la instrucción en los grados 5-8 (identificando diferencias por sexo, edad y proveniencia) utilizando un test de visualización espacial cuyos ítems requieren reconocer vistas ortogonales o perspectivas de composiciones de cubos (edificios), añadiendo o quitando cubos, combinando dos sólidos, aplicando la idea de vista codificada superior.

En el contexto de formación de profesores señalamos dos trabajos centrados en este tema: Malara (1998) y Gaulin (1985). Malara presenta una experiencia llevada a cabo con profesores de escuela secundaria que consistía en resolver actividades que involucran la habilidad de visualizar el efecto de determinadas transformaciones sobre sólidos, o de imaginar la perspectiva de un sólido desde un determinado punto de vista. Gaulin analiza tres ejemplos de actividades propuestas a maestros en

VIII FESTIVAL INTERNACIONAL DE MATEMÁTICA

7 al 9 de junio de 2012. Sede Chorotegea, Universidad Nacional, Liberia, Costa Rica

formación, para “desarrollar la visualización espacial y la intuición geométrica”, dos de estas tareas se centran en el estudio de las posibles representaciones de sólidos multicubos.

Las acciones principales requeridas para resolver las tareas que se presentan en las investigaciones son:

- Cambiar el tipo de representación (plana o tridimensional): representar un objeto físico con una representación plana, construir un objeto tridimensional a partir de su representación plana, o convertir representaciones planas de tipos diferentes (perspectiva/proyección isométrica/vistas/vistas codificadas/fotografías). Observamos que el cambio de representación puede implicar también una rotación del objeto, un cambio de punto de vista.
- Rotar: rotar el objeto o partes del objeto, o de manera equivalente cambiar mentalmente de perspectiva (imaginarse en otra posición con respecto al objeto). Observamos que no hay cambio de tipo de representación plana.
- Plegar y desplegar: plegar un desarrollo plano para formar un objeto tridimensional (físico o representado), o viceversa desplegar el objeto para obtener uno de sus desarrollos.
- Componer y descomponer en partes: dadas dos o más piezas componerlas para formar un sólido, o viceversa, dado el sólido descomponerlo en dos o más partes.
- Contar elementos: dado un sólido contar los elementos que lo componen (unidades de volumen, caras, aristas, vértices, etc.).

Observamos que las acciones pueden aparecer de forma explícita o implícita en el enunciado de la tarea.

En cuanto al tipo de respuesta solicitada diferenciamos entre:

- Construcción: si se requiere la construcción del objeto tridimensional.
- Dibujo: si se requiere una representación plana del objeto tridimensional.
- Identificación: si se requiere identificar la respuesta correcta entre más opciones.
- Verbal: si se requiere una respuesta verbal /numérica (que no exija ninguno de los anteriores tipos de repuestas).

Observamos que Gorgorió (1996), centrándose en actividades de rotación (tipo de acción) clasificó las tareas en dos categorías: tareas de “construcción”, si la respuesta requiere la construcción del objeto o su dibujo, y tareas “de interpretación”, que requieren que el estudiante reaccione ante una acción geométrica ya cumplida. Con respecto a nuestra clasificación del tipo de respuesta, separamos las tareas de “construcción” de Gorgorió en construcción del objeto físico y dibujo como representación plana del objeto tridimensional, mientras que las tareas “de interpretación” de la autora corresponden al tipo de respuesta que nosotros llamamos de identificación.

Podríamos también considerar el tipo de objeto: geométricos, multicubos, cotidiano, el tipo de representación plana utilizado (perspectiva, por proyecciones ortogonales codificadas, etc.) y el tamaño del espacio: micro (objeto solo), meso (composición de objetos). Observamos que cuando se trabaja con un objeto fijo, ausente o representado en dos dimensiones, sin posibilidad de manipularlo, las acciones requeridas serían “mentales”, como, por ejemplo, imaginar la rotación de un objeto o cambiar el punto de vista. Además hacemos constatar que una tarea puede involucrar más acciones y si la

respuesta es de dibujo puede necesitar de diferentes técnicas (dibujo en perspectiva caballera, en proyección, etc.).

Vamos a dar algunos ejemplos prototípicos de actividades que pertenecen a esta segunda familia encontrados en la literatura, en libros de texto o en otro material instruccional. En este trabajo elegimos clasificar las tareas según la acción principal requerida para su resolución (ver tabla 1).

CONVERTIR REPRESENTACIONES

Ejemplo: Construye una composición de cubos que tenga las vistas ilustradas en la figura 3 (Pittalis, Mousoulides y Christou, 2009, p. 387).

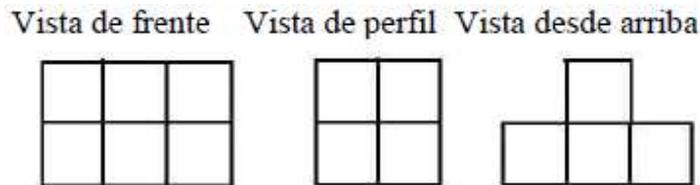


Figura 3. Proyecciones ortogonales del objeto

Para resolver esta tarea el alumno tiene que conocer un determinado lenguaje gráfico para interpretar las representaciones planas del objeto, que en este caso son proyecciones ortogonales, llamadas vistas. El conocimiento de las propiedades de dichas representaciones (por ejemplo que conservan la forma, tamaño y posición relativa de los cuerpos proyectados y en consecuencia las caras del cubo son cuadrados cuando se miran frontalmente) permite coordinarlas e integrarlas para construir el objeto tridimensional. Esta coordinación de las vistas constituye una de las mayores dificultades para los estudiantes (Battista y Clements, 1996; Gutiérrez, 1996a).

Observamos que el estímulo inicial de esta tarea son las representaciones planas (proyecciones ortogonales) y el tipo de respuesta es de construcción. Variando el estímulo inicial (poniendo un objeto físico u otro tipo de representación plana), o bien el tipo de respuesta que se pide se pueden obtener interesantes variaciones de la tarea.

ROTAR OBJETOS

Ejemplo 5. ¿Cuál de las imágenes de la derecha continua la serie? (Ferrero, 2008, p.172, figura 4)



Figura 4. Dados que giran

En la resolución de esta tarea de rotación se tiene que leer una representación plana (perspectiva paralela) de un cuerpo tridimensional y se ponen en juego los siguientes conocimientos principales: eje

VIII FESTIVAL INTERNACIONAL DE MATEMÁTICA

7 al 9 de junio de 2012. Sede Chorotegea, Universidad Nacional, Liberia, Costa Rica

de rotación, rotación de un cuerpo alrededor de un eje, la estructura del cubo y las propiedades derivadas de la rotación como isometría.

Variando la estructura del cuerpo y su tipo de representación (estímulo inicial), combinando varios ejes de rotación y cambiando el tipo de respuesta (por ejemplo, de dibujo) se pueden formular diferentes tareas de rotación. Observamos que en muchas tareas de rotación de un objeto se puede variar el enunciado solicitando un cambio de posición con respecto al objeto (y viceversa). En Gorgorió (1998) se pueden encontrar interesantes ejemplos de tareas de rotación y un análisis de las posibles estrategias utilizadas para resolverlas. En este trabajo se mencionan también algunos errores manifestados por los alumnos en la resolución de las tareas, entre los cuales está la confusión entre la rotación de 180 grados y la simetría.

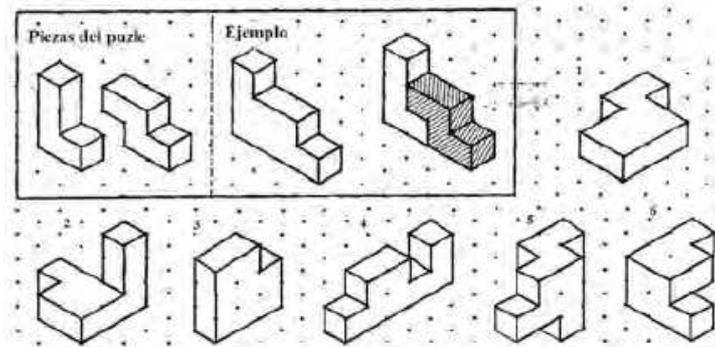


Figura 6. Composiciones de puzles de dos piezas

En la resolución de esta actividad se tienen que interpretar representaciones isométricas de objetos y conocer sus convenios. La partición del sólido en las dos piezas dadas supone la identificación de dichas piezas en la figura, que se hace a través de movimientos isométricos de las piezas. Las posiciones relativas de las piezas permitirán obtener las diferentes construcciones. Además de las dificultades de interpretación y representación en perspectiva isométrica tenemos las dificultades asociadas al hecho de que algunas partes de los objetos están ocultas.

CONTEO DE PARTES

Ejemplo 8. El objeto representado en la figura 7 está formado por cubos. Supongamos que pintamos toda su superficie exterior de azul y después lo desmontamos totalmente. ¿Cuántos cubitos tendrían exactamente tres caras azules? ¿Y cuántos tendrían exactamente dos caras azules? ¿Y una cara azul? ¿Y ninguna cara azul? (Bishop, 1983, p. 187).

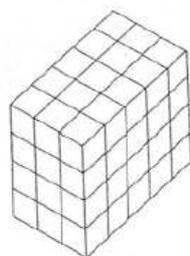


Figura 7. Conteo de cubitos

VIII FESTIVAL INTERNACIONAL DE MATEMÁTICA

7 al 9 de junio de 2012. Sede Chorotega, Universidad Nacional, Liberia, Costa Rica

En esta tarea se tiene que interpretar la representación del objeto y sus partes (los cubitos), se tiene que conocer la estructura del ortoedro y coordinar las diferentes caras que pertenecen al mismo cubito (las vistas ortogonales de las caras del cubitos).

Resumiendo:

El abandono al que ha sido sometida la formación espacial es un hecho reconocido y las consecuencias para el pensamiento espacial y geométrico han sido nefastas. En la actualidad está generalizada la necesidad de una recuperación del sentido espacial como herramienta de exploración y modelación del espacio.

Por lo tanto, siempre que se manejen objetos espaciales y haya la necesidad de representarlos mediante figuras planas se tendrá planteado un problema que tiene que ver con la capacidad de visualización espacial de los estudiantes y con su habilidad para dibujar representaciones planas de objetos tridimensionales. La capacidad de visualización espacial es uno de los elementos clave en este problema y los recursos informáticos pueden ser de gran ayuda para una alternativa de solución.

Bibliografía

Ferrero, L. (2006). *Matemáticas 6: Primaria, tercer ciclo*. Madrid: Anaya.

Ferrero, L. (2008). *Matemáticas 4: Primaria, segundo ciclo*. Madrid: Anaya.

Galvez, G. (1985). *El aprendizaje de la orientación en el espacio urbano: Una proposición para la enseñanza de la geometría en la escuela primaria*. Tesis doctoral, Centro de Investigación del IPN Mexico.

García, J. J. (2009). *Estimular la orientación espacial, Nivel 1-2-3-4*. Madrid: Grupo Gesfomedia.

Gutiérrez, A. (1996a). Visualization in 3-dimensional geometry: in search of a framework. En L. Puig y A. Gutiérrez (Eds.), *Proceedings of the 20th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 1*, 3-19. Valencia: Universidad de Valencia.

Gutiérrez, A. (1996b). Children's ability for using different plane representations of space figures. En A. R. Batturo (Ed.), *New directions in geometry education* (pp. 33-42). Brisbane: Centre for Math. and Sc. Education, Q.U.T.

Malara, N. (1998). On the difficulties of visualization and representation of 3D objects in middle school teachers. En A. Olivier y K. Newstead (Eds.), *Proceedings of the 22nd PME International Conference, 3*, 239-246.

Ministerio de Educación y Ciencia (MEC) (2006). Real Decreto 1513/2006, de 7 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas de la Educación primaria.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2000). Principles and standards for school mathematics. National Council of Teachers of Mathematics. Edición electrónica: <http://standards.nctm.org/>