VIII FESTIVAL INTERNACIONAL DE MATEMÁTICA
7 al 9 de junio de 2012. Sede Chorotega, Universidad Nacional, Liberia, Costa Rica

La belleza en las matemáticas y las matemáticas en la belleza

Licda. Teodora Tsijli
ASOMED
ttsijli@yahoo.com

La Belleza

Desde la antigüedad los filósofos griegos se plantearon la pregunta: ¿qué es belleza?

Para Platón era un concepto metafísico, para Aristóteles tenía propiedades de orden, simetría y delimitación.

Desde el punto de vista filosófico se analiza si existe lo bello *per se* y es objetivo y medible o es un puro ideal subjetivo. Aquí simplemente necesitamos ponernos de acuerdo en algunas cosas aunque sea de manera intuitiva

Casi siempre, frente a un paisaje o un atardecer cualquiera ex clama ¡Qué belleza! Y por lo general las personas a su alrededor asienten y miran embelesadas. Por lo general coinciden en que el paisaje o el atardecer es bello.

Sin embargo esto no sucede siempre frente a una obra de arte, creación humana.

Por ejemplo, el famoso cuadro de Picasso, La Guernica, considerado por los expertos una obra extraordinaria, no es del agrado de todos.

Según el biólogo Huxley en relación con la belleza hay dos componentes para conferir el calificativo de bello a un objeto o creación. Uno objetivo que se refiere a atributos físicos, medibles, que podríamos agregar que eso lo entienden y aplican los especialistas. El otro elemento es el subjetivo se basa para conferir el calificativo de bello a un objeto o creación en el sentimiento de placer que se origina en el sujeto que observa el objeto o creación humana.

Aceptamos que lo que cada uno de nosotros considera bello es lo nos produce sentimientos agradables

En alguna medida la belleza tiene un grado de subjetividad así que hay objetos que son bellos para unos y no para otros, y hay muchos que son bellos para todos.

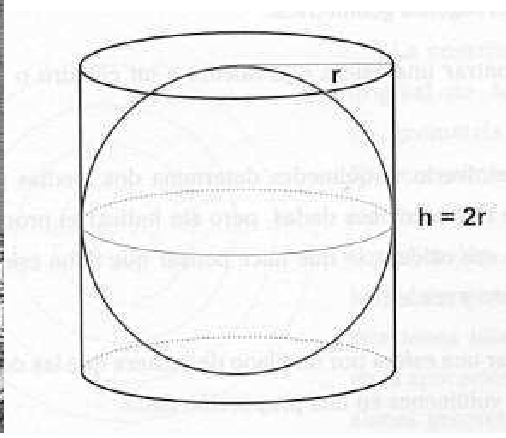
Es así que a muchos no les gustan las matemáticas y a otros sí.

La belleza en las matemáticas

Aquí no nos interesa ver a quienes les gustan o no las matemáticas. Nos interesa ver algunas situaciones matemáticas cargadas de belleza. Alguien dijo que: Así como la pintura es el arte de los colores, la música es el arte de los sonidos, el baile es el arte del movimiento, las matemáticas son el arte de las ideas.

Presentaremos algunas ideas matemáticas llenas de belleza aunque tal vez esa belleza no la capten las grandes masas pero, al igual que la Guernica, quienes están involucrados en el arte de las ideas sí la pueden apreciar. Nosotros que nos gustan las matemáticas en general, seguramente reconoceremos la belleza en cada una de las situaciones que se presentan.

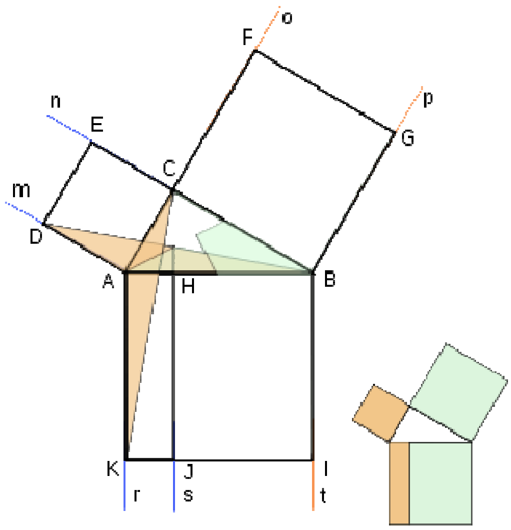
Sabemos de los muchos aportes de Arquímedes en las ciencias y en las matemáticas.

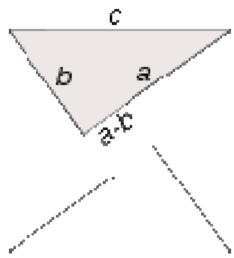


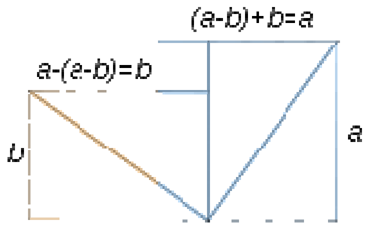
Entre sus aportes está la siguiente proposición: dada una esfera inscrita en un cilindro circular recto, la razón del volumen de la esfera respecto del volumen del cilindro es igual a la razón del área de la esfera entre el área del cilindro. Arquímedes encontró que esta relación era tan bella, que pidió que esta apareciera en su lápida al morir. De hecho, gracias a esa lápida se localizó la tumba de Arquímedes.

El teorema de Pitágoras es una proposición sencilla que a lo largo de los años llamó tanto la atención que tiene varias demostraciones. Hay quienes dicen que hay más de mil demostraciones de este teorema pero hay que mencionar que E. S. Loomis en 1927 publicó el libro *The Pitagorean Proposition* donde aparecen 367 demostraciones del teorema.

A continuación algunas ilustraciones que sirven de base para la demostración:







En las matemáticas tenemos algunos números de gran trascendencia. En primer lugar el número uno, generador de todo según Pitágoras. El cero, es de los inventos más geniales. De hecho, en muchas culturas no tenían símbolo alguno para indicar la ausencia de objetos al contar.

Otro número importante es el número π. Este número se define como la razón de una circunferencia entre su diámetro. Pasaron siglos para lograr determinar la naturaleza de este número y concluir que es un número irracional trascendente.

Un número excepcional es el número e, base de los logaritmos naturales, número irracional algebraico pus es la solución de una ecuación de segundo grado.

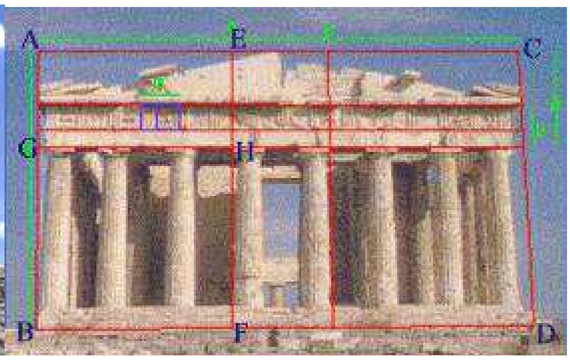
La unidad imaginaria, el número i, igual a la raíz cuadrada de -1, que en un principio podríamos decir que eso era un invento matemático para juegos del espíritu y resultó ser de gran importancia para los ingenieros en general y muy fuertemente para los ingenieros eléctricos. El gran matemático Leonard Euler, reunió esos números en una sola ecuación muy sencilla pero que podríamos decir que es de gran belleza, a saber: $e^{i\pi} + 1 = 0$, la que en un concurso se consideró la ecuación matemática más elegante.

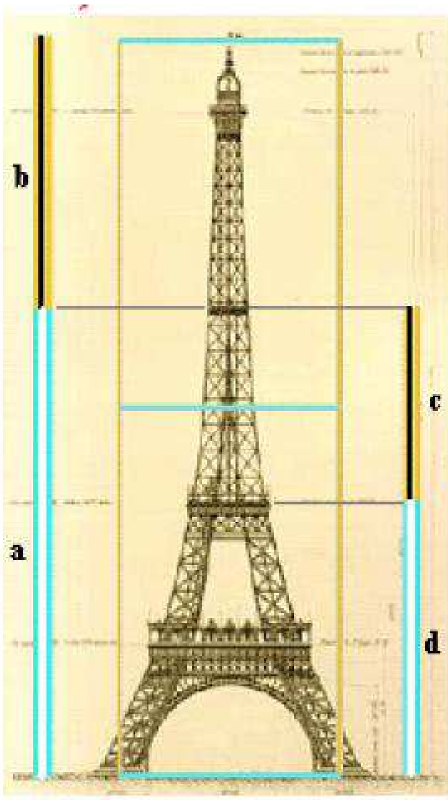
Las Matemáticas en la belleza

En este apartado mencionaremos la presencia de las matemáticas en las distintas expresiones de arte.

Arquitectura

Existen varios monumentos arquitectónicos que despiertan gran admiración por su extraordinaria belleza tales como

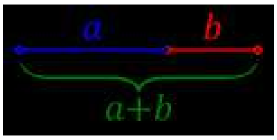




El Partenón, La Torre Eiffel, Notre Damme. Estos monumentos de distintas épocas, tienen algo en común: en su construcción está presente la llamada sección dorada o áurea.

¿Qué es la razón áurea o proporción divina?

Si un punto C de un segmento AB lo divide de tal manera que la razón del segmento entero entre el segmento mayor es igual a la razón de el segmento mayor entre el segmento menor:



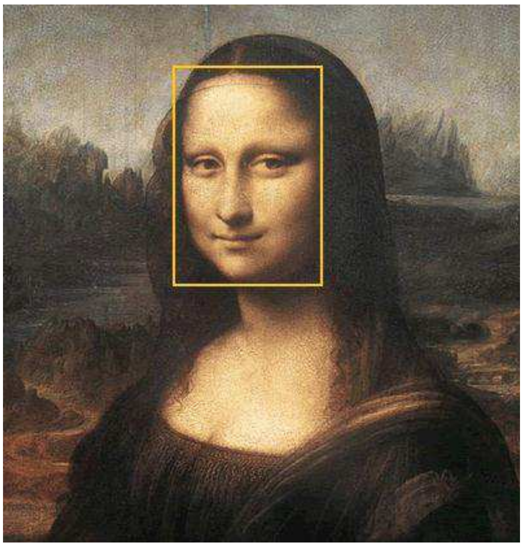
Este número se representa por la letra Φ del alfabeto griego la inicial de a Fidias (Φειδίας), el arquitecto del Partenón.

Este número Φ también está presente en la Pintura.

En general, los cuadros de pintura no son cuadrados sino rectangulares y aunque parezca extraño, la razón del lado mayor entre el lado menor es aproximadamente igual a Φ y eso es porque desde allí se comienza la belleza.

La pintura en un principio era en dos dimensiones es decir no tenía lo que se llama perspectiva que si bien es una figura en un plano da la idea de profundidad, la idea del mundo tridimensional. La introducción de la perspectiva en el tiempo se da cuando nace la geometría analítica, es decir, cuando se pasa de la geometría euclidiana, la geometría estática, a la geometría de movimiento, la geometría analítica. Es en el renacimiento donde la perspectiva llega a su máxima expresiones tiene un punto focal que se usa como el punto de fondo y de allí viene el objeto hacia fuera. Muchos pintores para lograr este punto focal hacen una serie de subdivisiones del cuadro total en cuadros menores guardando la sección dorada.

En el cuadro La Gioconda de Leonardo Da Vinci la cara de Mona Lisa queda en un rectángulo cuyas dimensiones son en razón dorada



Mona Lisa

La Última Cena de Salvador Dalí tiene como fondo un dodecaedro regular y recordemos que los lados del dodecaedro son pentágonos regulares, la figura llamada la fuente inagotable de oro debido a lo siguiente: Dado un pentágono regular, podemos obtener un pentágono inscrito a este uniendo los puntos medios de sus lados y resulta que la razón de un lado del primero entre un lado del segundo es igual a la razón áurea.

También, se puede construir un pentágono circunscrito al dado trazando desde cada uno de sus vértices paralela al lado opuesto y sus dimensiones guardan la razón dorada

La Última Cena de Salvador Dalí

Escultura

En escultura los conceptos de proporcionalidad y simetría son fundamentales


David de Michelangelo Hermes de Praxíteles

Danza

La danza y las matemáticas se relacionan a través del tiempo en el espacio donde se observa la combinación de líneas y círculos creando con el cuerpo figuras netamente geométricas.

Música

Hay una estrecha relación entre la música y las matemáticas. Desde Pitágoras se seleccionan las notas musicales a partir de proporciones entre cuerdas tirantes. La disposición de las notas y métodos de composición son matemáticas. Mozart en sus sonatas y Beethoven en su 5ª sinfonía utilizan la razón áurea.

En la música hay un área de estudio importante llamada armonía y consiste en cómo poner los acompañamientos a una melodía de modo que no se produzca disonancia. Las reglas de la armonía son reglas matemáticas.

Beethoven compuso mucha de su obra casi en sordera total. Se ha analizado su obra desde el punto de vista de estas reglas matemáticas y no tiene ningún error.

Comercio

Con el uso de cálculo diferencial se puede demostrar que de los cilindros de área fija el de mayor volumen es aquel cuya altura es igual al diámetro de su base e igualmente de los paralelepípedos de área total fija, el de mayor volumen es el cubo. Sin embargo, en el comercio difícilmente encontramos conservas de lata cilíndrica de altura igual al diámetro de su base o cajas cúbicas que serían más económicas para el comerciante. Esto se debe a que las que ofrece el comercio son más agradables que las más económicas. Las que circulan en el comercio tienen dimensiones que guardan razones cercanas a la proporción divina.

Naturaleza

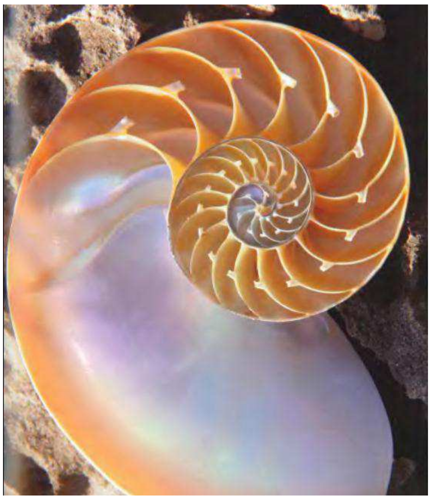
Hablar de objetos bellos tenemos lo que la naturaleza nos ofrece y allí prevalece la proporción y la simetría. Objetos bellos por excelencia, las flores, las aves, las estrellas. Pero también, una rama sencilla, sin flores es bella.

Los números de Fibonacci surgen del cálculo de apareamiento de conejos considerando que de una pareja de conejos un mes después nace otra pareja. Resulta así la secuencia: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, …, Fn, Fn+1,…. Esta sucesión cumple con la maravillosa relación de que, para n grande, el cociente del n-ésimo número de Fibonacci entre el anterior se aproxima al número de oro, es decir:

$$\lim_{n \to +\infty} \frac{F_{n+1}}{F_n} = \Phi$$

En una rama, las hojas se distribuyen de tal manera que puedan aprovechar mejor la luz del sol. La distribución de las hojas sigue aproximadamente la secuencia de los números de Fibonacci.

La celdas de la caracola llamada nautilus también siguen los números de Fibonacci. Y observen que belleza:



Para concluir podemos decir:

Cuanta belleza en la naturaleza y también, ¡cuanta matemática hay en la naturaleza!