

**PERSPECTIVAS EDUCATIVAS DEL PROYECTO:
PROPUESTAS DEL CÁLCULO DIFERENCIAL PARA
LA INDUSTRIA ANTE SUS DESAFÍOS
AMBIENTALES Y ECONÓMICOS**

Camilo Rojas Quirós¹

Fany Siss Zomer²

Yuen Wa Wong Lei³

Resumen

Utilizando procedimientos de optimización, se encontró que con las dimensiones $h=2r$ en un envase cilíndrico, se minimiza el área superficial para almacenar determinado volumen. Se observa que la mayoría de las latas en el mercado no cumplen esta relación, por lo que un cambio de diseño implicaría ahorros de material en los envases. Aplicando el modelo a la producción de una cervecería local, se predice un ahorro por concepto de aluminio de 6 075 000 colones mensuales, además de una significativa reducción en términos de energía. Este cambio tiene repercusiones positivas en el medio ambiente al disminuir la cantidad de recursos naturales necesarios para cada lata, y al minimizar la basura que representa cada envase desechado.

Este proyecto es una muestra de los resultados de una educación en matemática, dirigida a presentarla como una herramienta al servicio de otras disciplinas. Gracias a esto los estudiantes pueden apreciarla, y su interés en otras áreas se convierte en una motivación para estudiar matemática; permitiendo que el alumno desarrolle una cultura de investigación y explote su creatividad.

Este proyecto empezó como una investigación para la Feria Nacional de Ciencia y Tecnología durante el año 2004, en una primera intención fue presentado como un proyecto de matemática, sin embargo, el tema nos condujo a muchas otras áreas que se necesitaban considerar para probar la viabilidad de la propuesta, entre ellas la mercadotecnia, ingeniería mecánica, ingeniería industrial, entre otras. Además, durante su proceso de evaluación a lo largo de casi 2 años, encontramos que la educación, aunque no tenga una relación directa con el proyecto, se mostró beneficiada con la experiencia adquirida y nuestro proceso de pesquisa.

Desde un principio llamó la atención de los educadores, las razones por las cuales alumnos de secundaria pueden ver en la matemática una herramienta para buscar

¹ dcrq@hotmail.com, ddcerrq@gmail.com

² fanysiss@hotmail.com, fanysiss@gmail.com

³ debbiwong22@hotmail.com, wong.wa@gmail.com

soluciones a problemas ambientales de preocupación general. Por esto, además de la exposición del proyecto, presentamos nuestra perspectiva de la problemática educación en matemática, esperando que esta opinión sea de utilidad para que los educadores logren desarrollar nuevas, mejores y más efectivas metodologías.

Propuestas del cálculo diferencial para la industria ante sus desafíos ambientales y económicos

El problema ambiental que ha ocasionado el ser humano, se ha intensificado en las últimas décadas principalmente por el consumismo de la población, que cada vez exige mayor explotación de recursos para dar abasto al mercado.

Una parte del problema se refiere a los envases que se usan comercialmente, ya que es no es parte del producto en sí, sino un mediador que permite que el contenido llegue al consumidor en las mejores condiciones; y que generalmente no se conserva. Además el consumidor no observa el producto, sino el recipiente en el que se encuentra, este es su medio de presentación que influye en él, consciente o inconscientemente, lo que ha puesto en prioridad para el diseño los criterios mercadotécnicos. Estos dos hechos han generado un exceso de desechos sólidos en todo el mundo, ya que no solo se desecha el envase, sino que en casi todos los casos este posee más material del necesario; todo esto genera desperdicios sin razón.

Entre los principales materiales empleados para la fabricación de envases están la hojalata y el aluminio, cuya producción implica un fuerte impacto ambiental. En el caso del aluminio, este se obtiene del mineral bauxita, cuya extracción involucra un efecto inimaginable en el ambiente. Los principales aspectos ecológicos a considerar están relacionados con la limpieza del suelo, impacto en la flora y fauna local y la erosión del suelo. Además la hojalata tarda muchos años en deteriorarse y constituye una gran parte de los desperdicios diarios en Costa Rica, donde no hay esfuerzos para su reciclaje (Holasa, 2002).

Los anteriores hechos justifican la creciente preocupación por minimizar el material requerido en la fabricación de los envases, lo que supone grandes ventajas para el medio ambiente, ya que generalmente estos se convierten en basura. Ante esta problemática es posible la aplicación del cálculo diferencial para optimizar el aprovechamiento del material, y así evitar desperdicios innecesarios que ocasionan tantos problemas.

Optimización de cilindros

Las incógnitas que se buscan en el procedimiento matemático son funciones del volumen, que representen las dimensiones del envase cilíndrico optimizado de modo que el área superficial sea la mínima para albergar el volumen. Se partirá de un diseño cilíndrico no óptimo, calculando su volumen con las dimensiones iniciales y aplicando el procedimiento a la función obtenida, para encontrar el diseño más eficiente

A partir del cálculo diferencial, se buscará una expresión que permita obtener las dimensiones que minimizan el área superficial de la lata para determinado volumen, el cual se calculará a partir de las dimensiones medidas r y h , para objetos de formulación el volumen se tomará como una constante ya que este no debe variar con las nuevas dimensiones; pero al final se busca una expresión en que se obtenga el radio óptimo a partir del volumen, la altura óptima se puede calcular a partir de ambos.

Usando la fórmula para el volumen del cilindro, se obtiene el área superficial en función del radio:

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h \Rightarrow h = \frac{V}{\pi \cdot r^2}$$

$$A = 2 \cdot \pi \cdot r^2 + 2 \cdot r \cdot \pi \cdot h \Rightarrow A = 2 \cdot \pi \cdot r^2 + 2 \frac{V}{r}$$

Esta función de área es la que se desea minimizar, lo que se logrará derivando respecto al radio, y buscando su valor para que A tenga su valor máximo o mínimo:

$$A' = 4 \cdot \pi \cdot r - 2 \frac{V}{r^2}$$

Se obtiene que la derivada se anula para el siguiente valor de r :

$$r = \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$$

Si se realiza un análisis por cuadro de variación o segunda derivada, se puede verificar que este valor es un mínimo absoluto de la función A . Sustituyendo en la expresión para la altura, se obtiene la altura del diseño óptimo:

$$h = 2 \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$$

En resumen, el diseño óptimo se obtendrá cuando se cumpla la relación:

$$h = 2r$$

Esto corresponde a un cilindro ideal, por lo que constituye un modelo al cual se puede aproximar los envases cilíndricos reales. Es simplista ya que el espesor, las deformaciones geométricas, entre otras variables del diseño real, no fueron consideradas por este modelo. Por esto, es más conveniente y sencillo modificar el diseño de latas de hojalata, cuya forma real se acerca más al modelo, que los envases de bebidas de aluminio (por ejemplo).

Aplicación del modelo

Un muestreo de las dimensiones de envases cilíndricos metálicos en tres locales comerciales reveló que la práctica de acciones como la planteada es urgente, ya que casi el 100% de los productos poseen diseños que se alejan del óptimo. Además se encontraron diseños extremos y solo dos latas que cumplieron con la relación $h = 2r$.

Se buscaron dos empresas productoras de los envases estudiados, para investigar el impacto y los beneficios que tendría para cada empresa un cambio de diseño. Una inversión inicial es necesaria ya que se debe modificar la maquinaria y el método de almacenamiento, pero esta inversión se ve ampliamente compensada a largo plazo por los ahorros en distintos rubros, demostrando así la viabilidad del proyecto. Así, dichas empresas, si aplican la propuesta, podría lograr los siguientes ahorros:

1. Disminución de impacto ambiental: para obtener una tonelada de aluminio se requiere cuatro de bauxita, que se encuentra en los primeros tres metros del suelo, por lo que para su obtención es necesario talar miles de hectáreas de bosque tropical. Al reducir el área superficial de las latas se estaría reduciendo material requerido y por ende se reduce la tala de bosques, lo cual constituye un gran ahorro ambiental.
2. Reducción de desechos: parte de la problemática ambiental radica en la acumulación excesiva de desechos entre los cuales se encuentra latas de aluminio y hojalata. En Costa Rica los esfuerzos de reciclaje de estos envases son muy limitados y su propósito es reducir la cantidad de material de desecho pero en una etapa posterior al consumo. Con nuestra propuesta los envases salen al mercado con menos material y por lo tanto se reduce la cantidad de desecho aun antes de que llegue al consumidor, siendo así un ahorro seguro.
3. Rebaja de costos por concepto de materia prima: las empresas productoras al ahorrar material ahorran dinero. Según nuestras proyecciones, una empresa local que mensualmente comercia 4.5 millones de latas de aluminio de 350 mL, obtendría un ahorro de $\$ 6\,075\,000$ (según precios de aluminio del London Metal Exchange, 2006) si adoptara el cambio de diseño propuesto.
4. Ahorro energético: para la fabricación de latas se requieren de maquinarias complejas con un alto consumo energético. La energía necesaria para obtener una lata es la equivalente a la que consume un televisor encendido por un período de tres horas. Con base en las ventas mensuales de una empresa local, en un mes tal empresa obtendría un ahorro de energía equivalente a mantener un televisor encendido por 71 años.
5. Beneficiosa imagen ambiental: un efecto de la conciencia ambiental colectiva es que las personas desean contribuir pero se sienten impotentes ante las necesidades de consumo y al no conocer una alternativa que no demande sacrificios mayores, dejan esa preocupación por el ambiente en un segundo plano. Con la propuesta, se le da al consumidor la oportunidad de

elegir productos en envases que traen incorporado este ahorro que ellos quieren lograr sin mayor esfuerzo que el de preferir estos envases a los que no presentan un diseño óptimo. Además, el hecho de que un producto no contamine más de la cuenta es un factor importante en publicidad, debido a que resulta atractivo y sobresaliente gracias a la tendencia de los consumidores a elegir productos amigables con el medio ambiente

6. Otros ahorros y beneficios: el usar menos material conlleva otros ahorros, como la energía usada en la producción y los costos de minería del aluminio u hojalata; además al minimizar el área superficial, también se reduce el área que debe ser cubierta por las diversas capas que se le aplican a una lata, como la pintura, el barniz por ambos lados, y el estaño y el cromo en el caso de la hojalata. También el cambio de diseño facilita el acomodo de los productos en supermercados para que se identifiquen más fácilmente. Un cambio de dimensiones en el envase facilitaría el almacenamiento y el transporte del producto, al dificultar la caída de torres de latas, y facilitando el apilamiento de las mismas.

Todos los ahorros tratados en nuestro estudio, corresponden únicamente a latas de aluminio de una empresa local con un mercado relativamente pequeño. Sin embargo, estos datos se ven amplificados cuando se consideran los productos básicos enlatados (como frijoles y maíz, entre otros). Usualmente estos están contenidos en recipientes de hojalata mucho más diversos y con un proceso de fabricación más flexible a los cambios, por lo que este sector tendría ahorros muy significativos.

Además, se propone un cambio de diseño, no de material lo que permite optimizar cualquier forma de envase (paralelepípedo, conos truncados, entre otros) siempre y cuando se pueda expresar su área superficial como una función.

Considerando que es posible un cambio de diseño (las latas de hongos mencionadas anteriormente son un ejemplo), es necesario definir nuevos parámetros para el diseño de envases comerciales. Se deben superar los estándares económicos que, no sólo generan un gran impacto en el medio ambiente, sino que involucran un derroche de energía y recursos, e incluso gastos innecesarios.

Tomando en cuenta las necesidades ambientales de nuestro planeta, es necesario que el diseño se oriente hacia lo que convenga más a la naturaleza, teniendo asimismo siempre en cuenta las necesidades del consumidor.

Perspectivas en la educación

Es bien conocido que el carácter abstracto de la matemática, es el que representa una problemática en su comprensión. Para un alumno el no entender los conceptos, y probablemente ni siquiera los errores que comete en su aplicación, es una experiencia frustrante, que lo indispona con esta materia desde sus primeros años de escuela. Esta enemistad se traduce a un bajo rendimiento académico en esta área, que se puede

prolongar durante todo el proceso educativo, y que llegará a aminorar su interés en otras áreas que conlleven mucho uso de matemática, como la ingeniería o las ciencias puras.

De ahí la necesidad de romper este patrón lo antes posible, se requieren nuevas y creativas formas de aproximar al estudiantado a la matemática, de modo que la conozcan como una herramienta al servicio de muchas otras áreas, y no como una materia individual y abstracta. De modo que puedan conocer diversas aplicaciones, e incluso usar su creatividad, para encontrar nuevas formas de usar conceptos y procedimientos sencillos vistos en el aula, para resolver problemas en otras disciplinas de su interés.

Esta es la única forma, de convertir el interés de un alumno en un tópico particular, en una motivación para entender y apreciar la matemática. Ante esto, no es suficiente ejercicios didácticos en los libros que los obliguen a aplicar la materia, es necesario que el estudiante pueda llevar su propio proceso, y que su interés en determinado problema, sea el que lo conduzca a ver en la matemática una herramienta para encontrar sus propias soluciones.

Una propuesta en este sentido, es fomentar la participación de estudiantes en ferias científicas, y con la guía de un profesor tutor, puedan aplicar estadística y modelos matemáticos, entre otros, para obtener información sobre el problema a tratar. Otra alternativa es que los alumnos realicen investigaciones con temas libres o sobre problemas de su interés, orientadas a que puedan encontrar diversas aplicaciones de matemática en esa área y que estén a su nivel de comprensión.

Sin embargo es importante no perder de vista, que deben generar sus propias dudas y distinguir problemas, para encontrar su forma personal de aplicar la matemática en la solución. Con una metodología que siga esta orientación, se puede generar una cultura de investigación en el alumno, que no solo puede explotar sus intereses, sino que aprenderá a usar la matemática y valorar su importancia.

Bibliografía

Abrahams *et al.* 1997. Evaluación del proceso de recolección, compactación, y explotación de desechos de aluminio para la Cervecería Costa Rica. Tesis: Universidad de Costa Rica.

Comité de Protección Ambiental (AMCHAM). Desechos Sólidos. Enero 2000.
www.amcham.co.cr/publications/download.cfm?docid=220, 15 de julio del 2004. San José, Costa Rica.

Centro Nacional de Producción más Limpia (CNP+L). 2002. Repote nacional de manejo de materiales. Costa Rica. 87pp.

Holasa S.A. 2002. Ventajas de la hojalata. <http://www.holasa.com.co/productosServicios/hVentajasHojalata.html>

Florida Ice and Farm Co. S.A..2002. Política Ambiental. <http://www.fifco.com>

Instituto para la Diversificación y Ahorro de la Energía (IDEA), Energía Necesaria para la fabricación de una lata de aluminio.
<http://www.idae.es/consejos/consejos.asp?sec=2&ssub=205> 15 de julio del 2004.

Jirón, A. 2005. Entrevista personal. Ingeniero de COMECA S.A.

Kusiak. 1994. Concurrent engineering: issues, models and solution approaches (in Handbook of design, manufacturing and automation). USA. 1042pp.

London Metal Exchange, http://www.lme.com/dataprices_monthlyaverages.asp, Precios de Enero y Febrero del 2006.

Rodríguez, A. 2005. Entrevista personal. Ingeniero de Crown Cork Centroamericana.

Rodríguez, D. 2005. Entrevista personal. Ingeniero de Florida Ice and Farm.

Zúñiga, F. 2004. Entrevista Personal. Administrador de Auto Mercado Centro.