



**Libro de Memorias**

**XII Festival Internacional de Matemáticas**

**XXII Congreso Nacional de Ciencia, Tecnología y Sociedad**

**Editor: Carlos Alberto Monge Madriz**

ISBN 978-9930-541-86-9

XII Festival Internacional de Matemáticas - XII Congreso Nacional de Ciencia, Tecnología y Sociedad  
(2020 octubre 13-17: Costa Rica) - Cartago, Instituto Tecnológico de Costa Rica, Costa Rica, 2021.

171 páginas

**ISBN 978-9930-541-86-9**

1. Matemática 2. Educación 3. Ciencias 4. Tecnología 5. Sociedad

Lic. Carlos Alberto Monge Madriz

Editor

## Índice de contenidos

|  |            |
|--|------------|
| <b>Presentación.....</b>   | <b>5</b>   |
| <b>Creación de animaciones para la visualización de la geometría en tercera dimensión usando el software GeoGebra (XII FIMAT) .....</b>  | <b>9</b>   |
| José Pablo Calderón Gairaud y Steven Gabriel Sánchez Ramírez   |            |
| <b>Efectividad de la cartografía participativa en la enseñanza de la Gestión Integral de Riesgo de Desastres. Un ejemplo de aplicación en el centro educativo Itskatzú Educación Humanista (XXI CONCITES).....</b> | <b>22</b>  |
| German Alvarado Luna y Neyfren Salazar Aguilar   |            |
| <b>El contexto en el aprendizaje de las ciencias, ¿de quién y para qué? (XXI CONCITES).....</b>  | <b>30</b>  |
| Antonio Alejandro Lorca Marín y Diego Armando Retana Alvarado  |            |
| <b>El uso del Meme como recurso pedagógico y evaluativo (XXII CONCITES) .....</b>  | <b>38</b>  |
| Hairo Zúñiga-Alvarado  |            |
| <b>Estrategias de gamificación para la enseñanza de la química (XXI CONCITES) .....</b>  | <b>45</b>  |
| Carla Gómez Quirós   |            |
| <b>Elaboración de ítems en Geometría y <i>GeoGebra</i> como herramienta de apoyo en la construcción de las figuras (XII FIMAT) .....</b>   | <b>53</b>  |
| Estíbaliz Rojas Quesada y Eric Padilla Mora  |            |
| <b>Etnomodelación: La Modelación en la Cultura (XXII CONCITES).....</b>  | <b>63</b>  |
| Daniel Clark Orey y Milton Rosa  |            |
| <b>Herramientas 2.0 “Algunas opciones para sumar a nuestras clases” (XXI CONCITES) .....</b>   | <b>74</b>  |
| Carlos L. Chanto Espinoza y Marlene Durán López  |            |
| <b>Las direcciones a la tica como un recurso para enseñar matemáticas (XII FIMAT) .....</b>  | <b>81</b>  |
| Marcela García, Jesennia Chavarría, María Elena Gavarrete y Margot Martínez  |            |
| <b>Homotecias con GeoGebra (XII FIMAT) .....</b>   | <b>88</b>  |
| Grethel Ramírez Gómez  |            |
| <b>Non Charismatic Species: Implicaciones didácticas y formación del profesorado (XXII CONCITES) .....</b>   | <b>94</b>  |
| Elías Francisco Amórtegui Cedeño y Juan Felipe Herrera Polanía   |            |
| <b>Polinomios generadores de números primos (XII FIMAT) .....</b>  | <b>104</b> |
| Ronald Cordero Méndez  |            |

|  |            |
|--|------------|
| <b>Propuesta metodológica para el aprendizaje de Sucesiones, en la modalidad de Educación Abierta (XII FIMAT).....</b> | <b>117</b> |
| Charlene López Quesada, Luis Fernando Mejías Molina y Jennifer Tatiana Quesada   |            |
| <b>Retos de la educación virtual en un colegio público y uno privado (XII FIMAT).....</b>                              | <b>128</b> |
| Jennifer Aragón Monge y Paulina Coto Mata  |            |
| <b>Simulación con el paquete CODAP para resolver problemas estocásticos (XXII CONCITES) .....</b>                      | <b>137</b> |
| Greivin Ramírez Arce   |            |
| <b>Signos de poder en el retrato colonial hispanoamericano (XXII CONCITES) .....</b>                                   | <b>154</b> |
| Guillermo Alfonso Brenes Tencio  |            |
| <b>Tareas y estrategias metodológicas para plantear problemas de modelización matemática (XII FIMAT).....</b>          | <b>164</b> |
| Karen Porras Lizano y Gilberto Chavarría Arroyo  |            |

## Presentación

En el 2020 organizamos el [XII FIMAT, Festival Internacional de Matemáticas, y el XXII CONCITES, Congreso Nacional de Ciencia, Tecnología y Sociedad](#) con gran participación nacional e internacional.

En consideración a las restricciones del período y la necesidad de actualización de los docentes, se unieron los dos grandes programas en un evento virtual que se llevó a cabo del 13 al 17 de octubre, 2020. El evento se organizó en bloques vespertinos de martes a viernes y la mañana del sábado.

El congreso contó con una "declaración de interés educativo" por el Ministerio de Educación Pública de Costa Rica.

Para desarrollar el programa se contó con un gran comité organizador interinstitucional que unió esfuerzos.

- El comité organizador reunió 15 entidades públicas y privadas.
- Se conformó un equipo de 14 moderadores voluntarios de estudiantes colegiales (Blue Valley) y universitarios (TEC).

### **Instituciones coorganizadoras del XII FIMAT y XXII CONCITES 2020**

Fundación CIENTEC; Blue Valley School; SINAC, Ministerio de Ambiente y Energía, UCR-Escuela de Formación docente y Educación matemática, Universidad de Costa Rica; UNA- Sede Regional Brunca, Sede Regional Chorotega y Escuela de Matemática de la Universidad Nacional; TEC- Escuela de Ciencias Naturales y Exactas (San Carlos), la Escuela de Matemática y Escuela de Física del Instituto Tecnológico de Costa Rica; UNED- Escuela de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad Estatal a Distancia; UTN- Universidad Técnica Nacional; Academia Nacional de Ciencias; Fundación Omar Dengo, FOD; Colegio de Licenciados y Profesores, COLYPRO; Asociación Nacional de Educadores, ANDE; Ecology Project International, EPI; ASOMED, y un comité internacional.

### **Comité científico FIMAT**

- Lic. Manuel Murillo Tsijli, ASOMED
- Lic. Carlos Monge Madriz, TEC
- Máster Anabelle Castro Castro, ASOMED

### **Comité científico CONCITES**

- Carlos L. Chanto Espinoza, Ph.D., UNA
- MSc. Luz María Moya, CIENTEC
- Diego Retana Alvarado, Ph.D., Facultad de Educación, UCR
- M. Ed. Oscar Barahona Aguilar, Cátedra Enseñanza de la Ciencia, UNED

## Patrocinaron

- Componentes Intel fue el patrocinador oficial
- Copatrocinaron: Casio, UISIL, Learning Interactive y COLYPRO.

## Alcances

- Asistieron 325 participantes.
- Participaron representantes de 11 países: Argentina, Brasil, Chile, Colombia, Costa Rica, España, Estados Unidos de América, Guatemala, México, Perú y Panamá.
- 108 ponentes respondieron a la convocatoria.
- Se realizaron 2 actividades de extensión que llegaron a otras 103 personas.

## Programa

Reunió 107 presentaciones en diferentes formatos (conferencias, talleres, mesas redondas y conversatorio) impartidas en 5 días y grabadas. El programa está disponible en: <https://www.cientec.or.cr/sites/default/files/articulos/programaconcites20h.pdf>

## Ponentes internacionales

- Barry D. Bruce, Ph.D. Sustainable Energy & Education Research Center, Microbiology & Chemical & Biomolecular Engineering, University of Tennessee at Knoxville, EE.UU.
- Daniel Clark Orey, Ph.D. Professor, Departamento de Educação Matemática, Universidade Federal de Ouro Preto, Brasil
- Eduardo Sáenz de Cabezón, Ph. D. Departamento de Matemáticas y Computación, Universidad de La Rioja, España
- Estrella Burgos, Directora Revista ¿Cómo Ves?, Universidad Nacional Autónoma de México.
- Lori Lambertson, especialista del Teacher Institute, Exploratorium San Francisco, EE.UU.
- Martín Bonfil Olivera, Divulgador de la ciencia y autor, Dirección General de Divulgación de la Ciencia, UNAM, México
- Milton Rosa Ph.D. Centro de Educação Aberta e a Distância, Universidade Federal de Ouro Preto, Brasil
- Modesto Tamez, especialista del Teacher Institute, Exploratorium San Francisco, EE.UU.
- Paloma Zubieta López, Comunicadora Científica del Instituto de Matemáticas de la UNAM, coordinadora del Festival Matemático, UNAM, México
- Pablo Flores Martínez, Ph., Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada, España
- Sergio de Régules, Editor de la Revista ¿Cómo Ves? de la UNAM, México
- Verónica Albanese, Dpto. Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada, España

## Mesas Redondas y Conversatorios

- Rodrigo Cerqueira do Nascimento Borba, Universidade do Estado de Minas Gerais, Brasil
- Radu Bogdan Toma, Universidad de Burgos, España
- Nancy Fernández Marchesi, Universidad Nacional de Tierra del Fuego, Argentina
- Marisol Lopera Pérez, Universidad de Antioquia, Colombia
- César Leonel Montenegro Pérez, Universidad de San Carlos, Guatemala
- Linda Arelis Silva Arias, Universidad de Talca, Chile
- Elías Francisco Amórtegui Cedeño, Universidad Surcolombiana, Colombia
- Francisco Mateo Ramírez, Universidad Internacional de La Rioja, España
- Jairo Robles Piñeros, Universidad Federal de Bahía, Brasil
- Carolina González Velázquez, Universidad de Antioquia, Colombia
- Roberto González Munizaga, Jefe del Departamento de Educación Ambiental Ministerio del Medio Ambiente Chile

## Álbum de fotos

Una colección de fotos documenta el evento virtual.

<https://www.flickr.com/photos/cientec/albums/72157716523575396>

## Edición y publicación de videos

Como resultado de la modalidad a distancia, se grabaron todas las sesiones, por lo que una subcomisión del comité organizador ha estado trabajando en la edición y publicación de las ponencias. El propósito es conformar una gran biblioteca de recursos de acceso libre de este congreso doble que irá siendo publicado en [www.youtube.com/cientec](http://www.youtube.com/cientec).

Nosotros iremos trabajando en las ponencias y compartiéndolas en redes sociales de manera paulatina, en unos 9 meses, antes de iniciar con el siguiente congreso. :-)

1. Conferencia: Utilización de recursos didácticos como apoyo en la enseñanza virtual, Natalie Reyes Riotte del Colegio San Antonio de Padua, Costa Rica <https://youtu.be/p-IUTTYK6N8>
2. Conferencia Padres y madres costarricenses: creencias sobre matemática, por Luis Gerardo Meza, TEC [https://youtu.be/Py\\_C9mTzzH8](https://youtu.be/Py_C9mTzzH8)
3. Conferencia Experiencias del proyecto RENACE en el tema de probabilidad, por Carlos Monge Madriz, TEC <https://youtu.be/4dEznOmpQNc>
4. Aprendizaje activo: algunas estrategias para los cursos de pedagogía, por Ivonne Sánchez-Fernández, TEC <https://youtu.be/5tzChWFiJR8>
5. Conferencia Estrategias de mediación pedagógica en la enseñanza virtual, por Ivonne Sánchez-Fernández, TEC <https://youtu.be/T10h9up1rA4>
6. Conversatorio Educación Ambiental CONCITES2020, con Roberto González Munizaga, Chile, y Carmen Roldán Chacón (FONAFIFO-MINAE). <https://youtu.be/GKiubb0gzuM>
7. Vacunas, mitos y realidades, por Martín Bonfil, UNAM México <https://youtu.be/omZmtkD2rZw>
8. Cambios en el Sol, por Miguel Rojas Quesada, TEC <https://youtu.be/wXOF1VrpRSw>

9. Evaluación en tiempos de pandemia / Taller, por Gisele Cordero Molina, Blue Valley School <https://youtu.be/Xpfpiqc2jXA>
10. Mapas Conceptuales en Matemática/Taller, Luis Gómez Rodríguez, Blue Valley School <https://youtu.be/EpFyNPv8LGk>
11. Science Capital: Engaging students with Science and Promoting Social Justice, por Gisele Cordero Molina, Blue Valley School [https://youtu.be/Eix\\_mH3MSsc](https://youtu.be/Eix_mH3MSsc)
12. La Resta Pensando / Conferencia, Antonio Ramón Martín Adrián, Colegio Agüere, España (Islas Canarias) <https://youtu.be/exgBY05muPc>
13. Uso de prácticas interactivas y adaptativas (recursos en inglés) en el aula virtual / Conferencia, Susanne Artiñano Hangen, Blue Valley School <https://youtu.be/1vNTYt5hl-I>

Agradecemos la unión de esfuerzos, la confianza que posibilitó la continuidad de estas trayectorias que iniciaron desde 1998, y la creatividad para seguir innovando en formas de apoyar el aprendizaje.

El siguiente libro de memorias reúne artículos de trabajos presentados en el XXI CONCITES 2019 - Limón, así como del XII FIMAT y XXII CONCITES, ambos celebrados en el 2020.

**Alejandra León Castellá**

**Directora Ejecutiva, Fundación CIENTEC**



# Creación de animaciones para la visualización de la geometría en tercera dimensión usando el software GeoGebra

José Pablo Calderón Gairaud  
Instituto Tecnológico de Costa Rica  
jose03pcg@gmail.com

Steven Gabriel Sánchez Ramírez  
Instituto Tecnológico de Costa Rica  
stevengabriel26@gmail.com

**Resumen:** En este artículo se describe el proceso para realizar animaciones en tercera dimensión con el software GeoGebra. Dichos modelos consisten en la visualización de las figuras, proporciones y cortes consecuentes de la intersección de un sólido con un plano transversal. Para realizar las construcciones, se utilizarán las herramientas que brinda GeoGebra, como también conceptos básicos relacionados con la parametrización de superficies. Además, se hace hincapié en la importancia de la creación de recursos didácticos con el uso de la tecnología para la comprensión de la visualización espacial para los estudiantes en el aprendizaje de conceptos geométricos y cómo GeoGebra permite facilitar la transición de una visualización en segunda dimensión a tercera dimensión.

**Palabras clave:** tercera dimensión, parametrizar, curvas, superficies, visualizar, geometría

## 1. Introducción

El uso de la geometría siempre ha sido indispensable para el desarrollo científico del ser humano, con solo volver al pasado, se puede apreciar las sin fin de pirámides y diferentes esculturas creadas gracias a los diversos conceptos básicos geométricos que manejaban nuestros antepasados. Por esa razón es fundamental el estudio de la geometría en nuestras aulas. Es deber de cada país velar en que su malla curricular esté lo más actualizada posible según el grado académico que se imparta, relacionándolo con las capacidades cognitivas de los estudiantes según su edad.

Por otro lado, es importante tener los insumos suficientes para que la enseñanza de la geometría se dé en las mejores condiciones, con el fin de obtener un aprendizaje significativo. En el caso de la geometría espacial, como lo indica Ballesteros y Gamboa (2010), su estudio contribuye significativamente al desarrollo de las necesidades espaciales de visualización, por lo que es importante vincular la capacidad matemática con la espacial.

En este trabajo se expondrá sobre la importancia de la enseñanza de la visualización en tres dimensiones (3D), utilizando modelización y animación geométrica, teniendo como objetivo el dar una interacción básica del uso del software GeoGebra.

## 2. Geometría en tercer dimensión y plan de estudios del MEP

En el año 2012, el Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (MEP), decidió realizar un cambio drástico en el plan de estudios de matemáticas, poniendo como eje central la resolución de problemas, también incorporando, eliminando y modificando distintos tópicos estudiados en primaria y secundaria. Dentro de los cambios se resaltan modificaciones en los temas de geometría espacial. La nueva malla curricular del MEP (2012), propone que:

1. La visualización espacial se introduzca con una manipulación dinámica de los objetos.
2. Los temas de geometría se observen de forma espacial usando modelización geométrica.
3. Exista más presencia en el “sentido espacial”.
4. Se debe enfatizar más en la visualización de formas en el espacio y no solo en sus fórmulas.

Anterior al cambio, se debía ahondar solo en el cálculo de áreas y volúmenes de los sólidos, dejando por fuera el análisis de su manipulación y visualización. Con la nueva modificación, los estudiantes deben realizar dichos cálculos, excluyendo el volumen, como también desarrollar habilidades de ubicación espacial, identificar los distintos cortes transversales que se generan en cada uno de los cuerpos redondos, entre otros.

Por lo tanto, en la formación general básica y diversificada costarricense, se desarrollan tópicos con relación a la geometría espacial, siendo los grados de décimo y undécimo donde se enfatiza más. La importancia de desarrollar una visualización espacial en los estudiantes va más allá del concepto matemático, según Guzmán (1996, citado en Gonzato et al., 2011):

Se trata de evaluar los procesos y capacidades de los sujetos para realizar ciertas tareas que requieren “ver” o “imaginar” mentalmente los objetos geométricos espaciales, así como relacionar los objetos y realizar determinadas operaciones o transformaciones geométricas con los mismos. También este tema ha recibido atención desde un punto de vista del propio trabajo del matemático, en los momentos de abordar la resolución de problemas, formulación de conjeturas, así como en otras áreas diferentes de la geometría (p.2).

Como se indica anteriormente, el estudio de la tercera dimensión favorece a la imaginación y abstracción del alumnado y agudiza de cierta forma las habilidades interdisciplinarias para generar pensamientos óptimos que favorezcan la resolución de problemas, siendo este último, el eje central del MEP para la formación matemática.

### **3. Visualización de la tercera dimensión**

La geometría es un área de las matemáticas que actualmente es considerada fundamental para la formación académica y cultural de la persona; esto debido a su facilidad para estimular un razonamiento lógico y desarrollar otras habilidades para visualizar, intuir, conjeturar, etc. Sin embargo, en la práctica, algunos docentes deciden dejar los contenidos de geometría para el final del periodo lectivo y no profundizar en estos (Gamboa y Ballesterro, 2010).

Según Gamboa y Ballesterro (2010), esta situación desencadena en el estudiante la sensación de ser una rama difícil y de poca utilidad, por lo que no hay motivación para aprenderla. Al no profundizar en las habilidades y contenidos geométricos, no se desarrolla en el estudiante la capacidad de visualizar u orientar y, por consiguiente, un déficit en la visualización de la tercera dimensión. Dicha deficiencia en la capacidad de visualizar afecta directamente el enfoque del MEP, que es la resolución de problemas.

Para desarrollar la capacidad de visualizar en tercera dimensión de los estudiantes, es importante promover su sentido espacial. El sentido espacial es un sentido intuitivo de la forma y el espacio en el cual están implicados los conceptos geométricos y las habilidades de reconocer, visualizar, representar y

transformar las formas (Rosenstein et al., 1996). Para desarrollar este sentido espacial es necesario abarcar sus tres componentes: conocer las propiedades de figuras y formas, reconocer y establecer relaciones geométricas y la ubicación y los movimientos (Ramírez, 2014).

Ante la deficiencia y dificultad de desarrollar la visualización en tercera dimensión de los estudiantes sin el material concreto adecuado, se han creado distintos softwares o aplicaciones que permiten una manipulación ideal de los elementos geométricos. El uso de estas Tecnologías de Información y Comunicación (TIC 's) para la visualización en tercera dimensión facilitan al docente la tarea de desarrollar estas habilidades y además permiten al estudiante generar su propio conocimiento.

#### **4. Curvas, superficies y parametrización**

Para la construcción de diferentes animaciones interactivas para visualizar y modelar las diferentes curvas y superficies, es importante conocer de forma básica el desarrollo matemático de estas, asimismo el trabajo que lleva su representación paramétrica, sin entrar en gran detalle se definen estos dos conceptos, los cuales serán de suma importancia conocerlos para el uso óptimo del software GeoGebra a la hora de generar dichas construcciones.

##### **4.1. Curvas**

Según Pérez (2014), indica que una idea intuitiva de curva es la de una trayectoria en el espacio de una partícula en movimiento, en cada instante esta estará en un lugar concreto, lugar que depende de un parámetro (que se puede ver como la variable tiempo), esta trayectoria debe ser suave. Imagínese entonces a un motorizado siguiendo una carretera (que no tiene huecos, ni picos), el cual anda repartiendo la correspondencia a una casa.

Si se quiere definir una curva de forma más elaborada entonces se podría indicar que, una curva parametrizada es una aplicación diferenciable tal que:

$$\alpha: I \rightarrow \mathbb{R}^3, \alpha(t) = (x(t), y(t), z(t)), t \in \mathbb{R}$$

##### **4.2. Superficies**

Pérez (2014), explica que una superficie es un subconjunto en  $\mathbb{R}^3$  donde cada punto tiene un entorno similar a un trozo de plano que ha sido suavemente curvado. Imagínese entonces, un mantel, el cual se coloca en una mesa redonda, este mantel, es suavemente combado tal que toma la forma de dicha mesa.

De forma un poco más formal, una superficie se puede definir parametrizadamente como:

$$X: U \rightarrow \mathbb{R}^3 / X = X(u, v) = (x(u, v), y(u, v), z(u, v)) \text{ con, } U \subset \mathbb{R}^2$$

Cabe destacar, que ambos conceptos son fundamentales para generar diferentes animaciones con el software GeoGebra, se recomienda no solo quedarse con estas dos nociones, sino más bien indagar de forma exhaustiva estas definiciones, ya que ayudará al buen manejo del programa mencionado anteriormente.

## 5. El software GeoGebra y la visualización 3D

El software GeoGebra es un programa diseñado específicamente para la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas. Dentro de las herramientas y funciones que tiene GeoGebra está la manipulación, tanto de figuras planas (recta, circunferencia, polígonos, etc), como de cuerpos sólidos y figuras en tercera dimensión (esfera, cilindro, cono, etc).

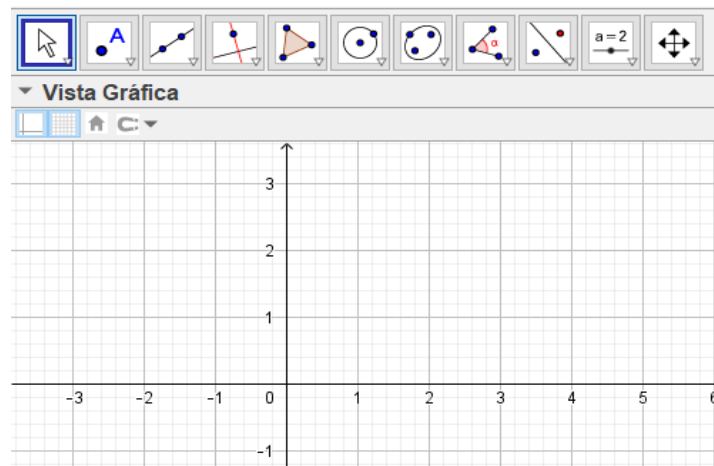
GeoGebra categoriza las diferentes figuras o elementos geométricos que se pueden construir dependiendo de si se encuentra el usuario en la “Vista Gráfica 3D” (tercera dimensión) o “Vista Gráfica” (dos dimensiones).

Dentro de la “Vista Gráfica”, GeoGebra permite crear:

- Puntos
- Rectas o segmentos
- Polígonos
- Circunferencias
- Elipses
- Ángulos

### Figura 1

*Vista Gráfica – GeoGebra*



*Nota. Elaboración Propia.*

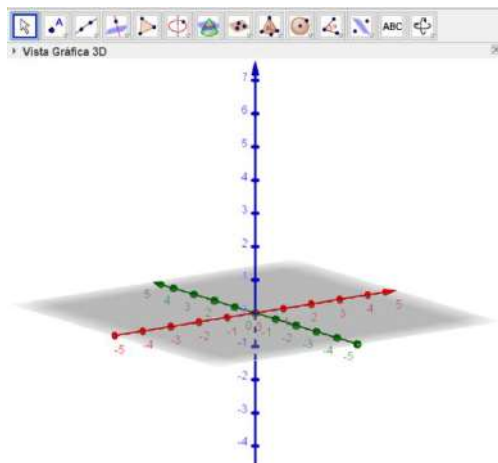
Dentro de la “Vista Gráfica 3D”, GeoGebra permite crear:

- Puntos
- Rectas o segmentos
- Polígonos
- Planos
- Cuerpos sólidos (pirámide, cono, cilindro, prisma y esferas)
- Ángulos
- Deslizadores, imágenes, botones, etc

Además, permite interactuar entre las distintas construcciones y manipularlas de diversas maneras (transformaciones en el plano).

**Figura 2**

*Vista 3D - GeoGebra*



*Nota. Elaboración Propia.*

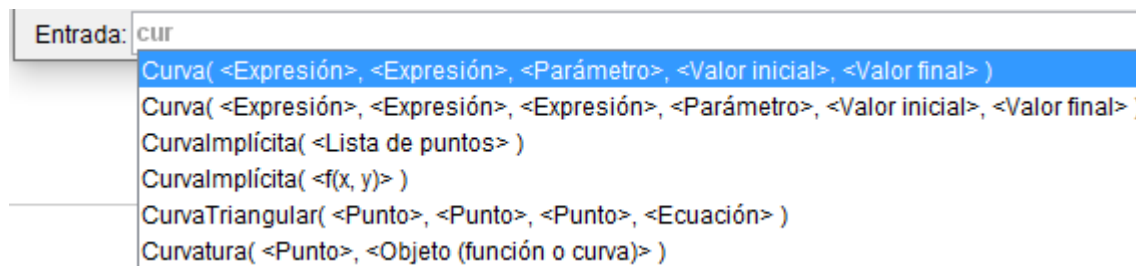
El software permite que haya una relación directa entre los elementos creados en la “Vista Gráfica”, “Vista Gráfica 3D” y su representación algebraica en la “Vista Algebraica”.

### 6. El software GeoGebra y parametrización

GeoGebra utiliza distintos mecanismos para ingresar las curvas que se quieren graficar, recordemos que nuestro objetivo, es el de visualizar la tercera dimensión, por lo que la vista que se utilizará en todo momento será “Gráficos 3D”. Como se vio en la sección pasada, el programa posee herramientas predeterminadas y una barra de entrada que será en donde ingresemos los comandos para generar las curvas y superficies. Para un efecto de calidad, estas deben ser ingresadas en su forma paramétrica, en el caso de las curvas se dispone de los comandos que pueden ser observados en la Figura 3.

**Figura 3**

*Comandos de curvas*

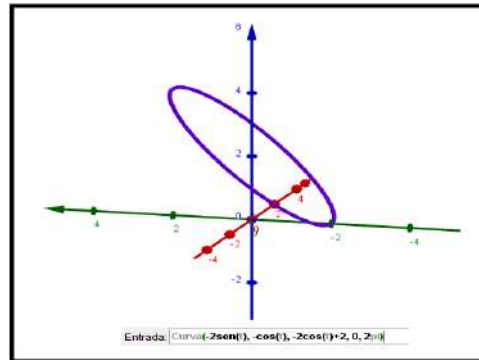


*Nota. Elaboración Propia.*

De estas, la que se apega a nuestras necesidades será la segunda, ya que con ella se grafican las curvas en la tercera dimensión. Observemos en la Figura 4, el cómo se ingresa la curva parametrizada y su visualización en la tercera dimensión:

## Figura 4

Visualización de curva

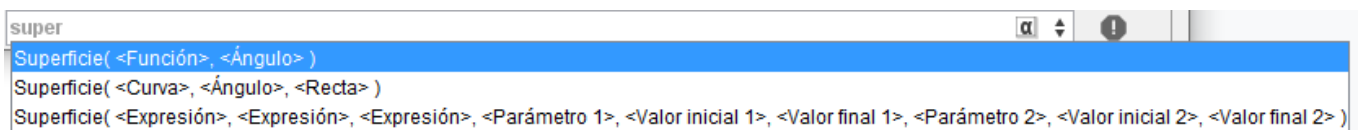


Nota. Elaboración propia.

Por otro lado, las superficies tienen también sus distintas entradas, las cuales pueden verse en la Figura 5.

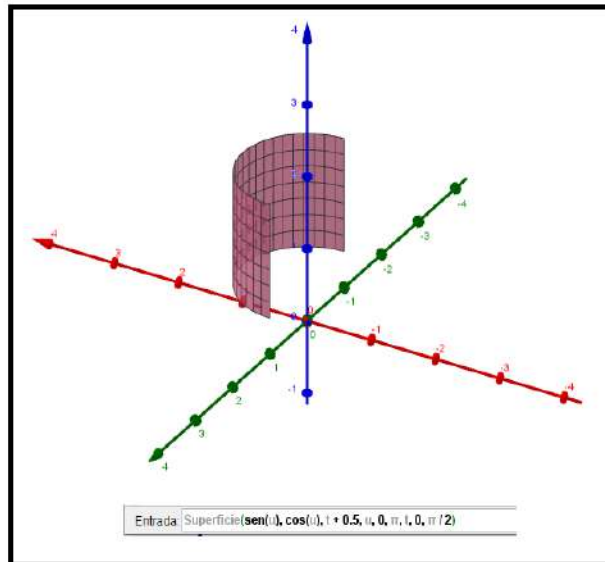
## Figura 5

Comandos de superficies



Nota. Elaboración propia.

En este caso, será la tercera opción la que se debe utilizar para generar superficies en donde sus valores se ingresan de forma paramétrica, es importante observar que para las superficies se necesitan dos parámetros. Observemos en la Figura 6, el cómo se ingresa una superficie parametrizada y su visualización en la tercera dimensión:

**Figura 6***Visualización de superficie*

*Nota.* Elaboración propia.

***Ejemplo: Cono truncado***

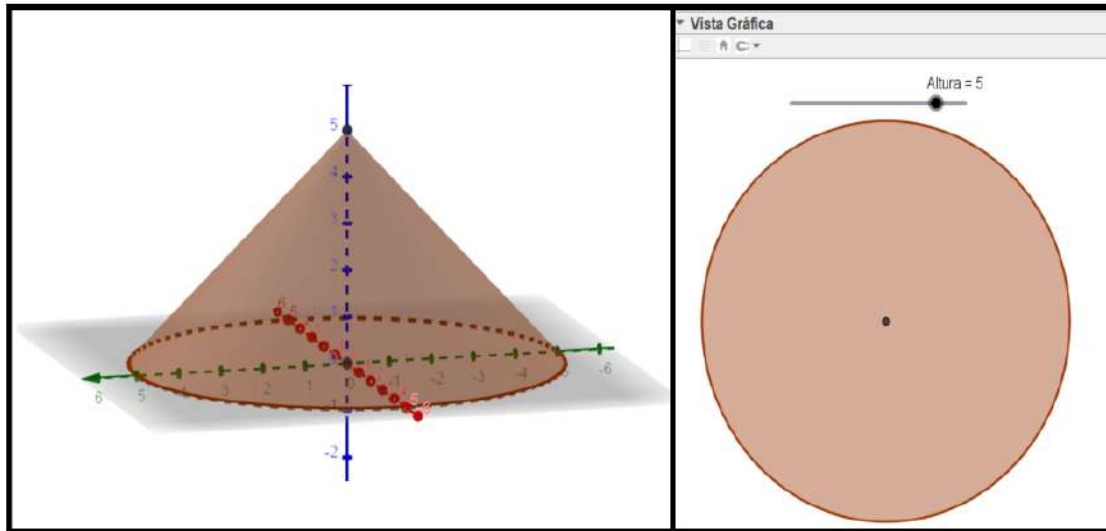
Para fines de este artículo, se creará una animación de un cono truncado en la cual se utilizarán varias herramientas del software GeoGebra, así como la parametrización del cono. Al finalizar esta animación, el estudiante podrá interactuar con la construcción y visualizar los cortes paralelos a la base, las dos circunferencias que se generan por el corte, la razón de los dos triángulos rectángulos (que se forman con la altura, radio y generatriz), además será capaz de modificar el tamaño del cono, la distancia del corte del cono y generar el cono truncado por sí mismo.

Para la construcción de esta animación, se necesita crear dos conos; el primero se crea con la herramienta “Cono” que ya ofrece GeoGebra y el segundo se creará por medio de parametrización, este último será el cono truncado.

1. Para generar el primer cono, se necesita de un deslizador “Altura” que modifique la altura y el radio de la circunferencia. Una vez creado el deslizador, se necesita un punto en el eje Z que represente la altura. Posteriormente, crea el cono con la herramienta “Cono”.

**Figura 7**

*Cono dependiente del deslizador*

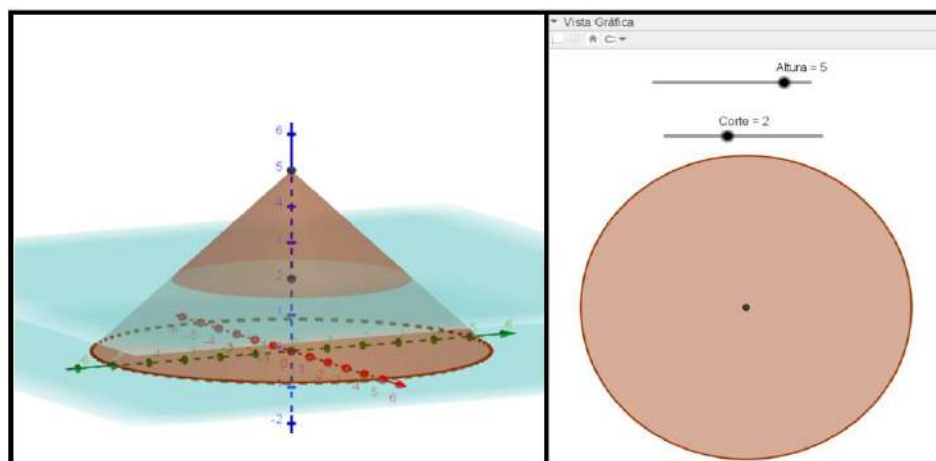


*Nota.* Elaboración propia.

- Ahora, genere un deslizador “Corte” cuyo valor máximo sea el deslizador anterior. Este deslizador representa la altura del corte. Construya un punto en el eje Z que dependa del deslizador “Corte” y con la herramienta “Plano paralelo” (dando clic al punto en el eje Z y al plano de la base) construya el plano que simula el corte. (Si considera necesario, con la misma herramienta puede sustituir el plano base que trae la “Vista Gráfica 3D”).

**Figura 8**

*Cortes en el cono*



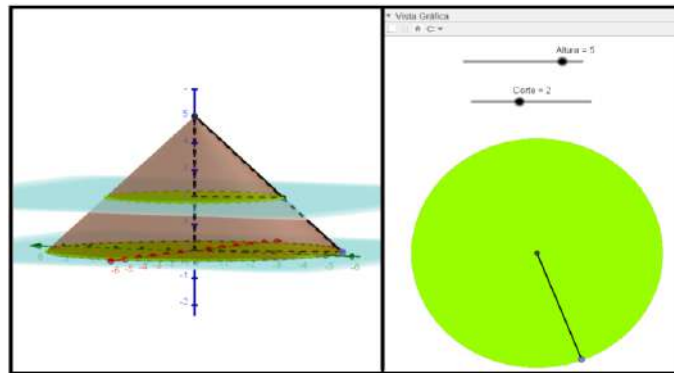
*Nota.* Elaboración propia.



- Con la herramienta “Intersección de dos superficies”, construya la circunferencia de la base y la generada entre el cono y el corte. Además, con la herramienta “Punto” genere un punto que pertenezca a la circunferencia de la base. Ahora, con la herramienta “Segmento” construya el triángulo rectángulo formado por el centro de la base, el vértice y el punto en la circunferencia de la base. Por último, con la herramienta “intersección” marque el punto entre la hipotenusa y el plano del corte y construya el segmento entre ese punto y el centro de la segunda circunferencia. De esta forma se visualiza la semejanza entre los triángulos.

**Figura 9**

*Semejanza de triángulos*



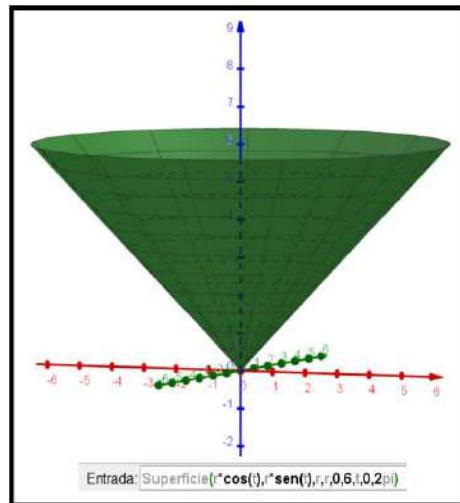
*Nota.* Elaboración propia.

- Genere una casilla de control para ocultar el cono, otra para los planos, otra para las circunferencias y otra para los lados del triángulo. De esta forma, si las cuatro casillas están desactivadas, solo se visualizan las casillas y los deslizadores.
- Ahora debe crear un cono por medio de parametrización. Para ello debe ingresar el siguiente comando en la barra de entrada:

$(\text{Superficie}(r*\cos(t), r*\sen(t), r, r,0,6, t,0,2\pi))$

**Figura 10**

*Cono generado con parametrización*



*Nota.* Elaboración propia.

6. Modifique los parámetros para que el cono se oriente correctamente y la altura dependa del deslizador “Altura”. Además, modifique los parámetros para generar el efecto de cono truncado y que dependa del deslizador “Corte”. Modifique, en “Propiedades”, el grosor del trazo para que tenga una apariencia más nítida. El comando quedaría de la siguiente manera: Superficie (r cos(t), r sen(t), -r + Altura, r, Altura - Corte, Altura, t, 0, 2π)

**Figura 11**

*Cono parametrizado con deslizadores*



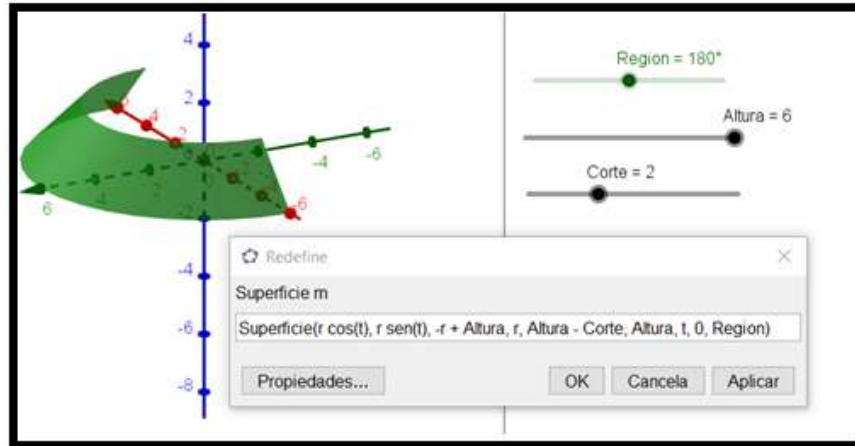
*Nota.* Elaboración propia

7. Por último, construya un deslizador “Region” de tipo ángulo (que vaya de 0 a 360), con el que se pueda ir generando el cono truncado. Modifique los parámetros para que el cono dependa del deslizador “Region”. Elabore una casilla de control con la que pueda ocultar la región del cono truncado. El comando quedaría de la siguiente manera:

Superficie  $(r \cos(t), r \sin(t), -r + \text{Altura}, r, \text{Altura} - \text{Corte}, \text{Altura}, t, 0, \text{Region})$

**Figura 12**

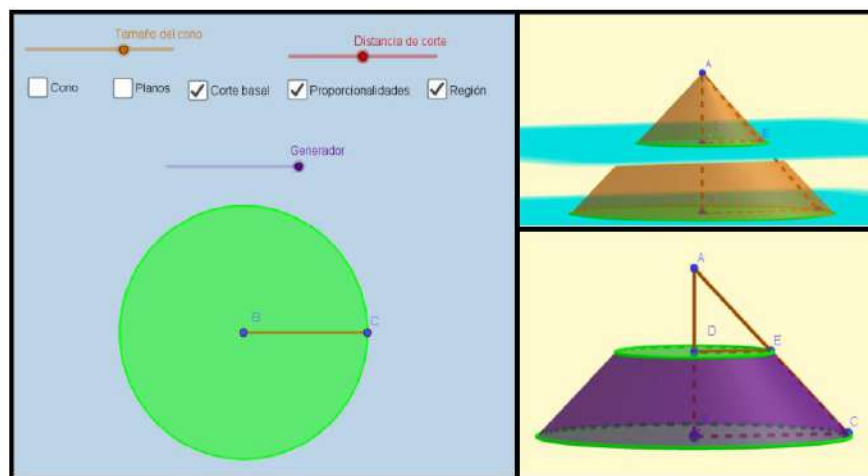
*Cono parametrizado*



Una vez concluida la construcción, proceda a personalizarla. Debe quedarle de la siguiente la misma manera que en la Figura 13.

**Figura 13**

*Construcción del cono truncado finalizada*



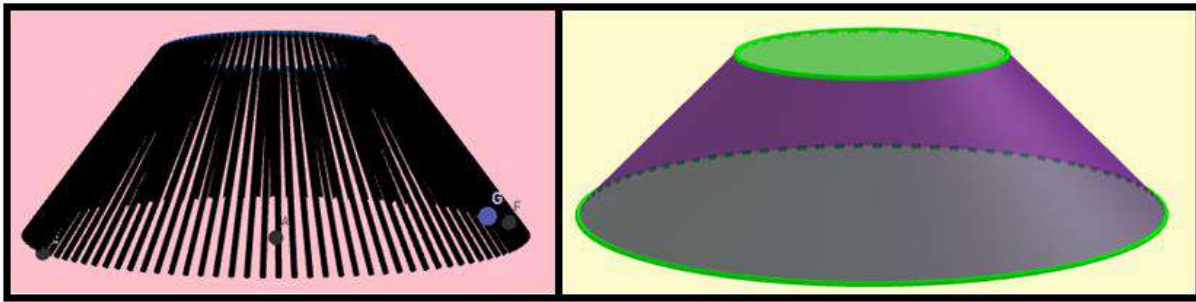
*Nota.* Elaboración propia.

## 7. Importancia de la parametrización en construcciones interactivas

El rol de la parametrización en las construcciones es lograr un acabado continuo y que permita al estudiante visualizar de mejor manera la animación; pues sin la parametrización, se trabaja con un espacio discreto de puntos y baja considerablemente la calidad de esta.

## Figura 14

*Diferencias entre construcciones parametrizadas y no parametrizadas*



*Nota.* Elaboración propia.

## 8. Conclusiones

Se puede observar, con lo desarrollado en este escrito, la importancia que tiene el uso del software GeoGebra para generar materiales que ayuden y potencialicen la visualización y modelación de la geometría en la tercera dimensión, esto para propiciar espacios que favorezcan que el proceso de enseñanza-aprendizaje sea exitoso.

Cabe destacar que el uso de curvas y superficies paramétricas en estas construcciones es fundamental para el buen desarrollo de las animaciones que se desean realizar. Como se vio en anteriormente, al no hacerlo con estos comandos, es imposible que el applet interactivo ayude a la visualización y más bien puede generar problemas con los objetivos planteados en este trabajo.

Se insta al lector a seguir indagando en el tema, ya que lo visto acá es una introducción de las aplicaciones que se pueden realizar, tanto para secundaria como para temas con más abstracción matemática como, por ejemplo, cuádricas y sólidos simples.

## Referencias Bibliográficas

- Gamboa, R. y Ballesteros, E. (2010). La enseñanza y aprendizaje en secundaria, la perspectiva de los estudiantes. *Educare*, 17(2), 125-142. <https://www.redalyc.org/pdf/1941/194115606010.pdf>
- Gonzato, J., Cajaraville, J. y Godino, J. (2011). Una aproximación ontosemiótica a la visualización en educación matemática. *Enseñanza de las Ciencias*, 30(2), 109-130. <https://www.raco.cat/index.php/Ensenanza/article/view/254506>
- Ministerio de Educación Pública (2012). *Programa de Estudios de Matemáticas*. San José: Costa Rica.
- Ramírez, R. (3-5 de julio de 2014). *En geometría hablemos de-espacio* [Sesión de conferencia]. XV Congreso de Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas: El sentido de las matemáticas con sentido, Baeza, España. <https://thales.cica.es/xvceam/actas/pdf/con02.pdf>
- Rosenstein, J., Caldwell, J. y Crown, W. (1996). *New Jersey Mathematics Curriculum Framework*. New Jersey Mathematics Coalition and New Jersey Department of Education.

Pérez, J. (2014). *Curso: Curvas y Superficies*. Universidad de Granada.  
<http://wpd.ugr.es/~jperez/wordpress/wp-content/uploads/raizCyS.pdf>

# Efectividad de la cartografía participativa en la enseñanza de la Gestión Integral de Riesgo de Desastres. Un ejemplo de aplicación en el centro educativo Itskatzú Educación Humanista

German Alvarado Luna

Instituto Itskatzú Educación Humanista

Costa Rica

gdal5@hotmail.com

Neyfren Salazar Aguilar

Colegio Técnico Profesional de Mora

Costa Rica

neyfren11@gmail.com

**Resumen:** El objetivo de este estudio fue corroborar la efectividad de la cartografía participativa en la enseñanza de la Gestión Integral de Riesgo de Desastres (GIRD). Para ello se aplicaron talleres de cartografía participativa en un grupo de octavo grado del centro educativo Itskatzú Educación Humanista. Posteriormente, dichos talleres fueron evaluados, desde el nivel de seguimiento de las orientaciones prácticas para conducir al aprendizaje significativo logrados por los estudiantes, mediante observaciones participantes y encuestas. Como conclusión, se muestra que la cartografía participativa mostró efectividad en la enseñanza de la GIRD, pues los objetivos de aprendizaje de cada taller se cumplieron, las orientaciones prácticas para lograr el aprendizaje significativo se siguieron, y muchos de los conceptos asociados con la temática fueron interiorizados. Asimismo, se denota que la efectividad de esta herramienta depende del diseño del conjunto de los talleres.

**Palabras clave:** cartografía participativa, gestión integral de riesgo de desastres, aprendizaje significativo.

## 1. Introducción

La Gestión Integral de Riesgo de Desastre (GIRD) ha sido considerada como una de las herramientas primordiales para afrontar los desastres desencadenados por eventos naturales, sobre todo, por su enfoque socio-ambiental para intervenir las situaciones de riesgo (PNUD, 2012). Uno de los principales campos de acción para promover dicha herramienta conceptual ha sido la educación. A través de ella se busca que las personas comprendan las amenazas y vulnerabilidades de sus contextos inmediatos para que puedan enfrentar cualquier hecho violento que se logre consumir (Arauz, 2008).

En Costa Rica, desde la década de 1990 se han hecho esfuerzos para incorporar este tema en la educación formal (Arauz, 2008). El programa de Estudios Sociales derivado de la política “Educar para una nueva ciudadanía” hace esto último a través de la geografía, pues entiende que esta disciplina es la que mayor potencial tiene para establecer puentes entre los ámbitos ambientales y socio-económicos (Ministerio de Educación Pública, 2016). En general, en todo este programa se encuentra tópicos, con recomendaciones metodológicas y conceptuales, referentes a la GIRD, pero en octavo año es donde se le dan mayor énfasis, fundamentalmente, en el abordaje de los fenómenos geológicos e hidrometeorológicos que inciden actualmente en el planeta (Ministerio de Educación Pública, 2016).

Este programa propone una renovación en la forma de enseñar la geografía, pues surge que esta sirva para analizar problemas contemporáneos y buscarles solución, en remplazo de los métodos memorísticos y descriptivos. En ese sentido, se demanda una innovación en la práctica educativa docente con metodologías donde los estudiantes asuman un papel más activo, construyan conocimientos de forma

colaborativa y contextualizada, y sean partícipes, desde el espacio educativo, de la construcción de alternativas de futuro.

No obstante, estos avances teóricos han tenido dificultades para materializarse a nivel práctico, pues el profesorado costarricense tiende al uso de técnicas didácticas tradicionales donde el estudiantado asume un papel completamente pasivo, lo cual se extrapola a los ámbitos educativos vinculados al Desarrollo Sostenible, tal como la GIRD (Arauz, 2008; Estado de la Nación, 2017; Castro et al., 2017).

La cartografía participativa es una herramienta con mucho potencial para salir de ese estado e innovar. En primer lugar, la GIRD parte de un enfoque territorial, por lo que la cartografía es un instrumento necesario para su abordaje, ya que permite representar de forma contrapuesta los recursos, riesgos y usos de un territorio (Font et al., 1996). En segundo lugar, al añadirse el componente participativo a la cartografía, se permite que los mismos estudiantes, de forma conjunta y situados en sus realidades, sean quienes la realicen a fin de que comprendan las problemáticas socio-espaciales y formulen propuestas de transformación (Patiño, 2017).

En otras palabras, la cartografía participativa es efectiva en la enseñanza de la GIRD, pues está fuertemente implicada con esta temática y corresponde a las propuestas pedagógicas activas. Este documento, pretende dar cuenta de ello evaluando la aplicación de una serie de talleres de cartografía participativa en GIRD en eventos sísmicos y volcánicos en un grupo de octavo año, conformado por 8 estudiantes, de un centro educativo ubicado en espacio en riesgo a este tipo de eventos: Itskazú Educación Humanista, en San Rafael de Escazú.

Para ello, es importante considerar que las fuentes de información de la evaluación no solamente son los aprendizajes que los educandos logren obtener, sino también las prácticas educativas de los docentes (De la Herrán, 2014). Asimismo, se debe tomar en cuenta que la evaluación tiene que estar presente en todas las fases de los procesos de enseñanza y aprendizaje y es mucho más efectiva si se forma una comunidad de reflexión cooperativa donde participen docentes y estudiantes. (Núñez, 2014; Pereira, 2015).

En ese sentido, en este trabajo, los docentes evaluaron los aprendizajes significativos obtenidos por los estudiantes en las diferentes fases de la ejecución de los talleres, tanto en términos de los conocimientos memorizados, como en términos de las aplicaciones contextuales y las significaciones personales otorgadas a dichos conocimientos (Castillo, 2012). Los estudiantes, por su parte evaluaron los talleres de cartografía participativa desde las orientaciones prácticas para conducir al aprendizaje significativo, las cuales son, según Ballester (2002), trabajo abierto, motivación, uso del medio, creatividad, y mapa conceptual.

## **2. Métodos**

Esta investigación se realizó mediante un enfoque mixto, en tanto que se utilizó, de forma integrada, información de carácter cuantitativo y cualitativo. Para evaluar los aprendizajes obtenidos por los estudiantes en las diferentes fases de la ejecución de los talleres, se utilizaron dos técnicas: la observación participante y la encuesta. En la observación se usó como instrumento una hoja de cotejo acompañada por un registro anecdótico. Lo evaluado fue el logro, en cada taller, de los objetivos de aprendizaje planteados. Lo que se hizo fue registrar si ello se cumplió o no.

En la encuesta, se usó como instrumento un cuestionario abierto, el cual fue aplicado a los estudiantes. Con este se evaluó, al final del proceso, el nivel de interiorización de los conceptos esenciales

relacionados con la GIRD en eventos sísmicos y volcánicos. Este cuestionario fue conformado por 25 ítems, por cada ítem respondido correctamente los estudiantes obtuvieron un punto.

Para tratar la información, se optó por establecer una escala. Si los estudiantes obtenían entre 25 y 18 ítems correctos en su cuestionario (entre el 100% y el 70%), se consideró que interiorizaron los conceptos esenciales de la GIRD en eventos sísmicos y volcánicos, si es menor a ese puntaje se consideró que faltó trabajo para ello. Con el fin de analizar la totalidad de los estudiantes, se sacaron los porcentajes de los estudiantes que obtuvieron entre 25 y 18 ítems correctos y de los estudiantes que obtuvieron menos de 18 ítems correctos.

Luego, se establecieron rangos para esos porcentajes, los cuales fueron asociados con un criterio de clasificación para determinar si el conjunto de los estudiantes interiorizaron los conceptos esenciales de la GIRD en eventos sísmicos y volcánicos. Del más alto al más bajo eso se expresó así: interiorización completa, parcial, baja, nula. Con el propósito de obtener información más detallada, se hizo todo el ejercicio anterior en cada uno de los conceptos asociados a la GIRD en eventos sísmicos y volcánicos.

Para evaluar los talleres desde las orientaciones prácticas del aprendizaje significativo, se utilizó como técnica la encuesta. El instrumento utilizado fue un cuestionario abierto aplicado a estudiantes conformados por 22 preguntas divididas en cinco secciones correspondientes a cada orientación práctica del aprendizaje significativo. Las respuestas preestablecidas fueron: “Totalmente de acuerdo”, “De acuerdo”, “En desacuerdo” y “Totalmente en desacuerdo”. Lo que debieron hacer los estudiantes fue leer la afirmación y marcar la respuesta preestablecida correspondiente. Para tratar la información se optó por utilizar la escala tipo Likert. A fin de obtener información más detallada, este procedimiento se aplicó a cada sección correspondiente a una orientación del aprendizaje significativo.

Para analizar la totalidad de cuestionarios a nivel general y a nivel de cada una de las orientaciones prácticas del aprendizaje significativo, se optó por calcular el porcentaje de los cuestionarios categorizados como: “Totalmente de acuerdo” o “De acuerdo”, establecer rangos para esos porcentajes, y asociarlos con criterios de clasificación para ubicar el nivel de seguimiento de las orientaciones prácticas del aprendizaje significativo. Del rango más alto al más bajo eso se expresó de la siguiente forma: “seguimiento total”, “parcial”, “bajo” y “nulo”. Finalmente, con el fin de obtener información complementaria, se calcularon los porcentajes, a nivel general y a nivel de cada una de las orientaciones prácticas del aprendizaje significativo, de la cantidad de respuestas a: “Totalmente de acuerdo”, “De acuerdo”, “En desacuerdo” y “Totalmente en desacuerdo”.

### **3. Evaluación de los aprendizajes significativos obtenidos en cada taller**

En total se realizaron 7 talleres en febrero del 2019, cuya duración aproximada fue de una hora y media. El primer taller, fue el que tuvo como objetivo introducir los conceptos esenciales de la GIRD en eventos sísmicos y volcánicos en los estudiantes. Este taller se conformó por tres actividades, además de la presentación del proyecto. En la primera actividad, se conformaron 2 subgrupos, a cada subgrupo se le dio una serie de íconos y una matriz de clasificación en blanco, referentes a la GIRD, para que a partir de deducciones y conocimientos previos colocaran cada icono en la sección respectiva.

En la segunda actividad, los facilitadores expusieron interrogativamente los conceptos esenciales de la GIRD, acompañados con imágenes y vídeos. En la tercera actividad, los estudiantes se reunieron en los subgrupos para corregir sus matrices de clasificación, a fin de afianzar los contenidos vistos y examinar si los comprendieron para su eventual aplicación. Esta última actividad dejó claro que los estudiantes



tuvieron comprensión de los conceptos esenciales de la GIRD, ya que las matrices de clasificación fueron corregidas correctamente. En ese sentido, se puede afirmar que el objetivo de este taller se cumplió.

### **Figura 1**

*Elaboración de la matriz de clasificación*



El segundo taller tuvo como objetivo presentar a los estudiantes los elementos esenciales de la cartografía participativa, para que tuvieran las herramientas básicas para elaborar colectivamente un mapa de amenazas y vulnerabilidades del cantón de Escazú. Esta actividad consistió en exponer los elementos esenciales de la cartografía participativa, las normas básicas del trabajo en grupo, el tipo de mapa a intervenir (mapa a escala temático), las simbologías a ubicar (previamente definidas por los facilitadores) y la forma de colocarlas en el mapa. Los estudiantes generaron preguntas y comentarios que evidenciaron comprensión de los elementos esenciales de la cartografía participativa, y por tanto, que el objetivo de este taller se cumplió.

El tercer taller tuvo como objetivo acercar a los estudiantes a los principales riesgos de desastres de la comunidad donde viven, es decir, el cantón de Escazú. La idea fue que conectaran sus conocimientos previos con los recogidos a nivel oficial para que tuvieran la información necesaria en el proceso colectivo de creación cartográfica. Dicha actividad consistió en una exposición de las características geofísicas, y socioeconómicas del cantón de Escazú. Nuevamente, las preguntas y comentarios que hicieron los estudiantes al respecto mostraron que pudieron conectar sus conocimientos previos con los registros oficiales presentados.

El cuarto taller tuvo como objetivo construir colectivamente un mapa de amenazas y vulnerabilidades del cantón de Escazú. La idea fue que los estudiantes interiorizaran por completo los conceptos esenciales de la GIRD y pudieran utilizarlos para analizar sus realidades. Este taller se conformó por tres actividades. La primera actividad, consistió en que los estudiantes en subgrupos mapearan, a partir de la simbología dada, las principales amenazas y vulnerabilidades del cantón de Escazú. La segunda actividad, fue la presentación en subgrupos de los mapas de amenazas y vulnerabilidades del cantón de Escazú y la discusión en plenaria de cada uno de ellos. La tercera actividad, consistió en la sistematización de la información de ambos mapas, y en la definición colectivamente de tres tipos de zonas de riesgo: alto, medio y bajo.

La precisión con la cual los estudiantes realizaron las distintas actividades de este taller, demuestra que interiorizaron los conceptos esenciales de GIRD, principalmente, los de amenaza y vulnerabilidad, y

aprendieron sus sentidos prácticos al aplicarlos como herramientas de análisis para sus realidades inmediatas.

## Figura 2

### *Presentaciones de mapas*



Así, para ellos las principales amenazas están asociadas con el desarrollo urbano descontrolado y la geografía montañosa del cantón. Por su parte, las vulnerabilidades las asocian con la presencia del barrio marginal los Anonos y el desarrollo residencial de las zonas altas. Con estos datos, los estudiantes definieron las zonas de riesgo. Para ellos, la zona de riesgo alto es el sureste del distrito San Rafael, ya que ahí se concentra el desarrollo urbano descontrolado y el barrio marginal los Anonos, y las zonas de riesgo medio fueron las partes altas del distrito de San Rafael y del distrito de San Antonio, primordialmente, por las fuertes pendientes que allí se ubican.

El quinto taller, tuvo como objetivo seleccionar las amenazas y vulnerabilidades ante eventos sísmicos y volcánicos más urgentes de resolver en el cantón de Escazú, a fin de que los estudiantes tomaran un rol de tomadores de decisiones para que advirtieran la importancia del tema en estudio. Asimismo, se pretendió filtrar la información obtenida, para que el ejercicio del próximo taller –diseño de propuestas– se diera con mayor efectividad. La actividad consistió en un panel abierto donde todos los miembros del grupo seleccionaron los temas más urgentes de atender respecto a la GIRD en el cantón de Escazú. Estos temas fueron anotados en la pizarra por los facilitadores, y fueron elegidos a través de una votación.

Esta actividad, dio paso a una discusión donde los estudiantes tomaran la batuta de la clase y utilizaron los conceptos abordados con naturalidad y propiedad. Ello, desde luego, permitió cumplir con los objetivos planteados con este taller, pues los estudiantes adquirieron conciencia de la importancia del tema abordado, al menos en el momento de la ejecución del taller, y la información se filtró para efectos de facilitar el siguiente taller.

El sexto taller tuvo como objetivo diseñar propuestas de GIRD ante eventos sísmicos y volcánicos en el cantón de Escazú. La idea fue que los estudiantes aplicaran específicamente los procesos asociados a la GIRD ante eventos sísmicos y volcánicos. La actividad que se realizó fue un panel abierto, donde los estudiantes definieron colectivamente, propuestas de solución. Asimismo, las sistematizaron en una matriz de clasificación referente a los procesos de la GIRD del espacio en estudio.

**Figura 3***Diseño de propuestas de solución*

Los productos resultantes de este ejercicio, mostraron que los estudiantes tomaron conciencia sobre la GIRD en eventos sísmicos y volcánicos. Las propuestas fueron en gran medida pertinentes y correctamente clasificadas. Así, por ejemplo, en prevención, diseñaron medidas relacionadas con ordenamiento territorial; en mitigación, aluden a medidas para mejorar la infraestructura y la participación comunitaria; en rehabilitación, ponen como prioridad la búsqueda de afectados en condición de vulnerabilidad; y en reconstrucción, señalan la remoción de escombros y la reconstrucción planificada. Como tal, los objetivos de la actividad se cumplieron en tanto que hubo una apropiación de los conceptos en estudio. No obstante, se pudo notar que hizo falta mayor nivel de detalle y precisión.

Finalmente, el séptimo taller tuvo como objetivo evaluar los talleres de cartografía participativa. Para ello realizaron tres actividades, la primera, fue presentar a los estudiantes memoria de los talleres, la segunda, fue un cuestionario cerrado, donde, individualmente, cada estudiante evaluó el proceso de creación cartográfica implementado por los facilitadores, la tercera, fue un cuestionario abierto que evaluó individualmente los conocimientos adquiridos por los estudiantes en GIRD. Con esto se obtuvo la información necesaria para evaluar los talleres de cartografía.

#### **4. Evaluación de los talleres de cartografía participativa desde las orientaciones prácticas del aprendizaje significativo**

A nivel general, el puntaje obtenido por los estudiantes en sus cuestionarios mostró que todos ellos estuvieron “Totalmente de acuerdo” con que los talleres de cartografía participativa siguieran las orientaciones prácticas del aprendizaje significativo. Sin embargo, se puede apreciar que “De acuerdo” fue la respuesta más frecuente entre los estudiantes, abarcando un 52,8% del total de las respuestas. Luego sigue, “Totalmente de acuerdo” con un 42%, “En desacuerdo” con un 4% y “Totalmente en desacuerdo” con un 1,2%, lo cual, si bien no contradice el resultado presentado en el párrafo anterior, presenta algunos detalles que no deben menospreciarse. Se muestra, que los estudiantes no estuvieron completamente convencidos de que los talleres siguieran al dedillo las orientaciones prácticas del aprendizaje significativo.

La revisión por aparte de cada una de las orientaciones prácticas del aprendizaje significativo permitió dar cuenta de los aspectos donde hay que mejorar. Entre lo que se menciona se encuentra: acoplarse mejor a las necesidades y capacidades de cada quien, plantear metas más realistas, propiciar la observación del entorno, promover la toma de conciencia sobre la temática y la realidad circundante, utilizar recursos poco usuales, y mejorar la relación conceptual.

### **5. Evaluación, al final del proceso, del nivel de interiorización de los conceptos de GIRD en eventos sísmicos y volcánicos en los estudiantes**

El resultado general fue que un 50% de los estudiantes obtuvieron entre 25 y 18 ítems correctos y otro 50% menos 18. Según los criterios de clasificación establecidos, este resultado señala que los estudiantes interiorizaron parcialmente los conceptos de GIRD en eventos sísmicos y volcánicos con los talleres de cartografía participativa. Ello indica que se necesitan más esfuerzos para causar la interiorización de los conceptos de GIRD en eventos sísmicos y volcánicos en los estudiantes.

No obstante, eso fue uniforme para los distintos conceptos asociados a la GIRD, ya que en unos casos si se logró causar una interiorización completa mientras que en otros sólo parcialmente, y en otros muy poco. Los conceptos que sí se lograron interiorizar con los talleres de cartografía participativa fueron los de Riesgo de desastres y Amenazas sísmicas y volcánicas. Los conceptos que se lograron interiorizar parcialmente fueron GIRD y Reconstrucción. Finalmente, los conceptos que se lograron interiorizar poco fueron Vulnerabilidades sísmicas y volcánicas, Mitigación y Rehabilitación.

### **6. Conclusión**

En suma, se puede decir que la cartografía participativa como herramienta didáctica para la enseñanza de la GIRD en eventos sísmicos y volcánicos, fue bastante efectiva para contribuir en los aprendizajes significativos de ese tema. Se pudo corroborar que los objetivos de aprendizaje de cada taller se cumplieron, y que las orientaciones prácticas para lograr el aprendizaje significativo se siguieron en mucho. Asimismo, la mitad de los estudiantes lograron interiorizar los distintos conceptos asociados con la temática.

Ahora, es importante indicar que ello requiere mejoras, pues, por ejemplo, la otra mitad de estudiantes no logró alcanzar aprendizajes significativos en todos los conceptos esenciales. Los factores que pudieron haber influido en esa situación son: el poco énfasis que se le dio al abordaje de ciertos conceptos (principalmente los procesos de la GIRD), la falta de rigurosidad en la evaluación inmediata de algunos talleres, y el seguimiento parcial de algunas orientaciones prácticas del aprendizaje significativo.

Estos factores, sin embargo, no son completamente intrínsecos a la técnica cartografía participativa, pues resultan del diseño conjunto de los talleres. En ese sentido, las mejoras se alcanzarían con una serie de modificaciones al diseño de la propuesta. Estas modificaciones, sin embargo, también deben ser probadas y evaluadas mediante un proceso riguroso. Esto último, es reconocer un elemento propio de la naturaleza de la intervención didáctica: la necesidad permanente de investigar la práctica educativa para alcanzar la efectividad en la enseñanza (Restrepo, 2009).

## Fuentes bibliográficas

- Arauz, J. (2008). Reflexiones sobre la educación de la prevención del riesgo a desastres Costa Rica. *Tecnología en Marcha*, 21(1), 202-214.
- Ballester, A. (2002). *El aprendizaje significativo en la práctica: como hacer aprendizaje significativo en el aula*. [http://www.aprendizajesignificativo.es/mats/El\\_aprendizaje\\_significativo\\_en\\_la\\_practica.pdf](http://www.aprendizajesignificativo.es/mats/El_aprendizaje_significativo_en_la_practica.pdf) (Consulta el 17 de noviembre del 2018)
- Castillo, M. (2012). *Efectividad de las estrategias implementadas por los maestros de tercer grado de primaria para desarrollar las competencias comunicativas, a fin de lograr el aprendizaje significativo de sus alumnos* [Tesis de Maestría en educación con acentuación en desarrollo cognitivo, Tecnológico de Monterrey].
- Castro, E., Morera, A. y Rojas, G. (2017). *Necesidades de Formación Permanente en Educación para el Desarrollo Sostenible*. Instituto de Desarrollo Profesional Uladislao Gámez Solano.
- De la Herrán, H. (2014). Una aproximación conceptual a la evaluación didáctica. Por De la Herrán, H. (Ed.). *La evaluación didáctica*. Colegio Oficial de Doctores y Licenciados en Filosofía y Letras y Ciencias.
- Estado de la Nación. (2017). *Sexto Informe del Estado de la Educación*. Servicios Gráficos.
- Font, X., Pinto, V. y Serra, J. (1996). Los riesgos geológicos en la ordenación territorial. *Acta Geológica Hispánica*, 30(1)83-90.
- Ministerio de Educación Pública. (2016). *Programas de Estudio de Estudios Sociales Tercer Ciclo de la Educación General Básica y Educación Diversificada*. [http://www.mep.go.cr/sites/default/files/programadeestudio/programas/esociales3ciclo\\_diversificada.pdf](http://www.mep.go.cr/sites/default/files/programadeestudio/programas/esociales3ciclo_diversificada.pdf)
- Núñez, B. (2014). Instrumentos y técnicas de evaluación. Por De la Herrán, H. (Ed.). *La evaluación didáctica*. Colegio Oficial de Doctores y Licenciados en Filosofía, Letras y Ciencias.
- Patiño, O. (2016). *El potencial didáctico de las cartografías sociales en la enseñanza de la geografía y las problemáticas socio espaciales* [Tesis de Maestría en Educación, Universidad de Antioquia].
- Pereira, J. (2015). Evaluación, medición o verificación de los aprendizajes en el aula: Un estudio de caso en el Colegio Humanístico Costarricense de Heredia. *Revista Electrónica Educare*, 19 (2), 405-428.
- PNUD. (2012). *Conceptos Generales sobre Gestión del Riesgo de Desastres y Contexto del País*. Gráfica Troya.
- Restrepo, G. B. (2009). Investigación de aula: formas y actores. *Revista de Educación y Pedagogía*, 21(53), 103-112.

# El contexto en el aprendizaje de las ciencias, ¿de quién y para qué?

Antonio Alejandro Lorca Marín  
Universidad de Huelva, España  
antonio.lorca@ddcc.uhu.es

Diego Armando Retana Alvarado  
Universidad de Costa Rica, Costa Rica  
diegoarmando.retana @ucr.ac.cr

**Resumen:** El siglo XXI ha traído aparejado una serie de cambios sociales, tecnológicos e incluso laborales que hacen que nos planteemos nuestro paradigma educativo y, por ende, sus perspectivas a nivel ontológico, epistemológico y metodológico. En esta comunicación, se expone la experiencia llevada a cabo bajo una metodología por indagación y en la que un taller cuestionando la Homeopatía, sirve como foco de reflexión para ejemplificar nuevas perspectivas en el aula. El realizar un acercamiento a los contenidos propios de las asignaturas de física y química a través de la experimentación, donde las afirmaciones en ciencias se hagan a través de los datos y no como dogmas de fe, se plantean como metodologías necesarias para una ciudadanía continuamente inmersa en un mar de opiniones. El cuestionar los medios de comunicación (foco de información para muchos) nos acerca al pensamiento crítico y escepticismo que tanto se reclama en nuestras aulas.

**Palabras Clave:** Didáctica de las ciencias experimentales, indagación basada en modelos, maestros en formación inicial, Pseudociencias.

## 1. Introducción

El nuevo papel del profesor de cara a los nuevos retos que le va a plantear la era digital y en su papel dentro del proceso, debe pasar no sólo por el uso de los materiales, si no por un comportamiento, una actitud, un modelo de hacer, que hará de este un planteamiento tal, que haya que considerar su definición para pasar de un papel formador, educador, a un papel dinamizador, de orientación y tutela (Lorca-Marín et al., 2018). La sociedad en la actualidad, precisa una educación adaptada a sus necesidades y en este sentido, poco ha evolucionado el sistema educativo. El tratamiento que desde las aulas hacemos de las ciencias poco ha evolucionado desde las primeras Universidades (ver Figura 1) y donde a esta se la aproxima más a una religión que ha una disciplina académica, donde el papel omnisciente del docente es incuestionable y donde los alumnos, como siervos discípulos, asumen el papel pasivo de memorizar los contenidos de ciencias como si de evangelios se tratase y bajo el único criterio de la fe. (Ver Figura 2). No es de extrañar que luego, nuestros alumnos carezcan de la capacidad de generalizar los aprendizajes de la escuela a otros contextos y dar respuestas a cuestiones donde poner en juego esos aprendizajes.

**Figura 1**

*Aula Fray Luis de León de la Universidad de Salamanca (España). Aula a fecha actual de la Universidad de Huelva (España). Representación de la falta de evolución en la educación*



**Figura 2**

*Aula actual de la Universidad de Huelva (España) y su parecido a cualquier iglesia. Representación entre el tratamiento de la ciencia en las aulas actuales y la religión.*



De cara a este cambio que se plantea, el profesor debe poner énfasis en el aprendizaje, donde debe actuar como tutor, fomentando la autonomía del alumno, diseñando y gestionando sus propios recursos y partiendo de las concepciones erróneas que sabemos que nuestros alumnos tienen y que en la literatura podemos encontrar (ver Figura 3).

### Figura 3

#### Modelo de enseñanza y aprendizaje en la Enseñanza y Aprendizaje de las Ciencias



Nota. Tomado de Lorca-Marín, 2015.

No deja de ser un cambio de paradigma el que se comienza a plantear y donde cualquier profesor debe preguntarse para qué enseñamos ciencia, qué implicaciones en la sociedad debe tener la ciencia que enseñamos, y por supuesto, cómo debemos presentar la ciencia en nuestras aulas.

Este enfoque plantea la posición del estudiante dentro del sistema aula. El papel activo del alumnado se erige como elemento clave del proceso y donde la autoridad enciclopédica del docente pasa a un segundo plano, para pasar a ser guía en la metodología del proceso. Donde el papel de las concepciones erróneas de nuestros estudiantes son el punto de partida de los procesos de formación y donde la tecnología son elementos claves para dotar de sentido los procesos, fenómenos y hechos en nuestras aulas. Donde el contexto, banco de preguntas a las que cargar de contenidos, son claves para generar situaciones de aprendizaje y determinantes de las conductas esperadas de nuestros alumnos. El pensamiento crítico, la reflexión en las acciones, la toma de decisiones, la creatividad, pasan a ser contenidos actitudinales esenciales para la consecución de los objetivos.

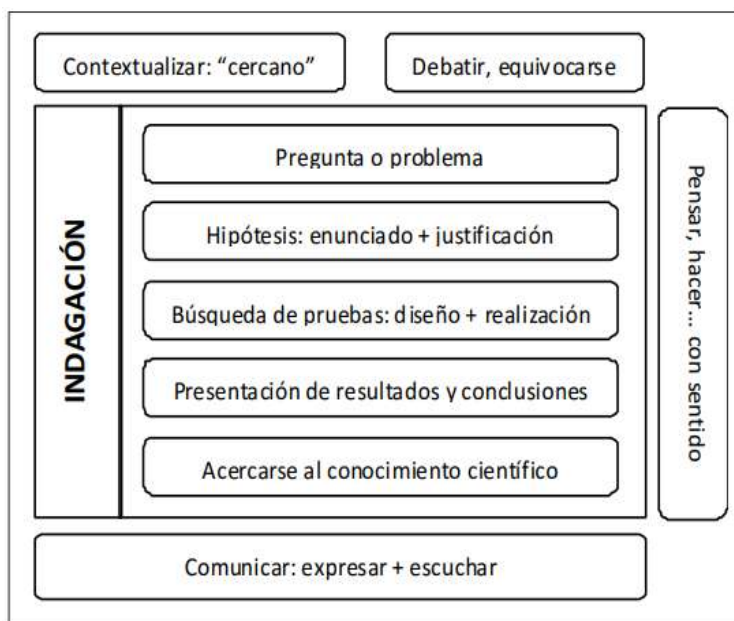
Sin embargo, requiere disponer de una organización de los espacios, agrupamientos y tiempos que no siempre va de la mano del modelo operante de actual sistema educativo. Ni el esfuerzo por parte de aquellos actores que ejercen los distintos roles (alumnos/profesor) en según qué casos, están dispuestos a llevarlo a cabo.

La estructura del modelo de enseñanza y aprendizaje que se plantea desde el área de la didáctica de las ciencias experimentales y que es de general aceptación es el de Indagación. Y aunque clave en el aula de ciencias tiene unos elementos que debemos tener presente. Para Martínez-Chico et al. (2017), el alumno debe apropiarse de la pregunta, expresar, justificar y discutir sus ideas utilizando diferentes lenguajes. Diseñar la búsqueda de pruebas para contrastar sus ideas; llevan a cabo esa búsqueda, analizan resultados, obtienen y discuten conclusiones; y, finalmente, el profesor da un paso más en el acercamiento a ideas más científicas. (ver Figura 4). Asimismo, implica plantear problemas, identificar diferentes caminos para resolverlos, desarrollar y observar experimentos sencillos, recoger datos, buscar y contrastar respuestas, entre otras (Linn, Davis y Bell 2004).



**Figura 4**

Estructura de una secuencia basada en la indagación



*Nota.* Tomado de Martínez-Chico et al., 2017.

Así, y como ya hemos especificado, deben partir de las concepciones erróneas que poseen nuestros alumnos (o entendemos que poseen) y que solo el sistema educativo tiene los medios y recursos personales (especialistas en la docencia) para poder trabajarlas. Construimos ideas, conceptos, proposiciones o esquemas a partir de los objetos, eventos y situaciones a los que nos enfrentamos y cada uno lo hace desde su propia situación personal por lo que se presentan como claves para el comienzo de cualquier proceso.

En este sentido, las concepciones están mediadas por las percepciones que los sujetos tienen de la realidad. Entendiendo percepción, como el resultado de la interpretación personal de la información (estímulo externo) y por lo tanto es subjetiva. Así, los factores de los que depende la percepción son: conocimiento, actitud, cultural/social, sentido e incluso el sexo, entre otros muchos más factores.

Cuando hablamos de concepción, la entendemos como la estructura mental general que posee el individuo a través del procesamiento, manipulación y uso del conjunto de percepciones que experimenta el individuo.

Así, Driver (1989), las clasifica según sean causados por:

Pensamiento dirigido por la percepción. Por ejemplo, el azúcar o la sal desaparece al disolverse en el agua.

Conceptos indiferenciados. Por ejemplo, tratar como elementos sinónimos Calor/temperatura o Masa/volumen/densidad.

Enfoque limitado. Por ejemplo, pensar que la presión no actúa en estados de equilibrio o que la fuerza sólo existe si provoca movimiento.

Razonamiento causal lineal, no reversible. Por ejemplo, el papel que juega la energía en los cambios de estado

Dependencia del contexto. Por ejemplo, el elegir recipiente de metal para sopa caliente, siendo este mejor conductor del calor.

Las características generales que este mismo autor define son que:

- Son estables en el tiempo y resistentes al cambio
- Son comunes a las de otros alumnos de la misma edad y cultura
- Son construcciones personales de carácter implícito
- Presentan semejanzas con concepciones históricas del pensamiento científico y filosófico
- Son ideas funcionales que buscan utilidad
- Se ponen de manifiesto en actividades o predicciones
- Tienen coherencia interna pero no desde el punto de vista científico

## 2. Objetivos

Existe una doble finalidad dentro de la comunicación que se plantea y que podemos transformarlos en forma de objetivos principales. Por una parte, y en un primer objetivo, capacitar a los asistentes en metodologías activas propias de los nuevos modelos educativos. Mostrarles que los conocimientos propios de una metodología determinante dentro del aula de ciencia y su extensión a las competencias STEM, trabajo colaborativo, planificación, iniciativa, creatividad, comunicación y divulgación, entre otras.

En un segundo objetivo, la adquisición de los conocimientos propios determinados por la Legislación española actual en física y química. Contenidos conceptuales relacionados con la Materia, las Disoluciones, el concepto de mol, la formulación, entre otros. Contenidos procedimentales como las disoluciones seriadas, el pipeteo, destrezas en el manejo de material de laboratorio y de pruebas estandarizadas como la prueba del Yodo. Obtener información sobre temas científicos, utilizando distintas fuentes, y emplearla, valorando su contenido, para fundamentar y orientar trabajos sobre temas científicos. Desarrollar actitudes críticas fundamentadas en el conocimiento científico para analizar, individualmente o en grupo, cuestiones relacionadas con las ciencias.

## 3. El taller

La propuesta que se plantea se inicia dando respuestas a una serie de preguntas claves y que todo docente se debe ir haciendo. ¿Para qué enseñar ciencias?, ¿Qué ciencia enseñar?, ¿Cómo debe relacionarse el saber, el alumno y el profesor?, ¿Qué implicaciones debe tener en la sociedad?, ¿Qué valores debe fomentar?, ¿Qué, cuándo y cómo enseñar?, ¿Qué, cuándo y cómo evaluar?, ¿Qué estrategias de aprendizaje y/o actividades se proponen? ¿Cómo deberían presentarse las ciencias en las aulas? Se trata de una reflexión sobre el sentido epistemológico de la ciencia, su papel en la alfabetización científica de los alumnos y su implicación en la sociedad. Esta visión o cambio en el paradigma de las ciencias desde el punto de vista educativo parte de elementos claves.

Un conocimiento profundo sobre los contenidos a trabajar y que abordaremos en una secuencia contextualizándolos. Es un planteamiento teórico-científico de los contenidos propios de la materia a trabajar y que desde el currículo oficial debemos tener presente. Explicitar la importancia del conocimiento didáctico del contenido.

Conocer qué obstáculos y dificultades de aprendizaje presentan los alumnos de secundaria sobre los conceptos a trabajar. Para ello, se debe realizar una búsqueda sistemática en las distintas revistas especializadas del área y que nos dé una visión de cuáles son las concepciones erróneas que marcarán nuestro devenir en el proceso de enseñanza.

Conocimiento epistemológico de la ciencia. Intentando responder a la cuestión de cómo se conoce los distintos contenidos a trabajar.

Conocimiento de los distintos elementos que conforman el sistema aula. Organización, planificación, evaluación, entre otros.

Por el contexto en el que se generaba la propuesta, fue interesante profundizar en el tratamiento de las concepciones erróneas que tienen nuestros estudiantes a la hora de plantear cualquier proceso de enseñanza y aprendizaje y en particular de los contenidos que íbamos a trabajar. Dilución, seriación, concepto de mol, partícula, características de la materia, características en particular del agua, entre otros.

Partiendo de una noticia reciente sobre el estado actual de la Homeopatía y su inclusión en la sociedad actual nos acercamos a las opiniones que nuestros asistentes tienen de este tipo de prácticas.

La intervención en sí misma se ha publicado recientemente en la revista Alambique: Didáctica de las ciencias experimentales, bajo el título de “Ciencia frente a pseudociencia: el fomento del pensamiento crítico” (Lorca-Marín et al., 2019). Sin embargo, resumir que se procedió a la fabricación de un producto homeopático bajo los criterios que marca laboratorios del sector. Mediante una dilución seriada decimal (en diluciones 1/10) a partir de un antiséptico yodado que actúa como tinción madre (TM) se realizan las distintas diluciones hasta obtener la dilución deseada 1DH (Decimales Hahnemannianas), 2DH, 3DH..... Mediante la prueba del yodo se comprueba la autenticidad de las afirmaciones en las que se sustenta la homeopatía (ver Figura 5).

## Figura 5

*Fotografías durante la presentación, donde un voluntario actuó de alumno para la ponencia*



Por último y tras la elaboración de la secuencia, se desarrolló una reflexión sobre el proceso, despertando un debate de reflexión sobre las pseudociencias en la sociedad actual, su modelo de generalización, foros de crecimiento, entre otras cuestiones.

#### **4. Conclusión**

La propuesta que se plantea fue muy valorada entre los docentes para su uso en el aula de ciencias, destacando su contribución a la contextualización de aprendizaje de conocimientos relativos a conceptos y procesos científicos y especialmente de cara a trabajar contenidos actitudinales que en muchos casos pasan desapercibidos en el aula de ciencias. Asimismo, se consideró que favorece la capacidad para describir y explicar fenómenos con el que el alumno convive y para interpretar los datos e informaciones que llegan al estudiante a través de las redes sociales, youtubers, influencers, entre otros.

Se destacó el ejercicio de la experimentación científica directa, lo que potencia principalmente aspectos de la competencia científica como iniciación a la investigación científica básica.

Es digno de mención en la intervención, aquellas aportaciones referentes a la importancia del papel activo del alumno. La necesidad de generar contextos y situaciones que propicien la necesidad por investigar e indagar, donde el docente se comporte como guía del proceso y el alumno adquiere un papel principal en el proceso. La necesidad de precisar entornos colaborativos entre el alumnado, ya que entre los retos que se enmarca el siglo XXI, está el de trabajos formados por grupos cada vez más interdisciplinares y donde la reflexión, comunicación y colaboración son elementos claves.

La concepción sobre la enseñanza de las ciencias que posea el profesorado, el conocimiento sobre los contenidos científicos a tratar, la constante actualización sobre las investigaciones que se hacen en materia de concepciones erróneas del alumnado en ciencia, así como sobre las informaciones que se publican por los distintos medios de comunicación son variables para tener presentes, pues condicionan este tipo de metodología que parte del contexto en el que están sumergidos nuestros alumnos.

Tenemos un sistema educativo centrado en respuestas más que en preguntas cuando en una sociedad 4.0, toda información debe ser cuestionada. El sistema educativo debe formar alumnos con pensamiento crítico y escépticos.

Debemos poner énfasis en aprender haciendo y reflexionar sobre el proceso, para ello debemos enseñar ciencias: centrándonos en las preguntas, desarrollando y usando modelos que nos acerquen a la realidad del alumnado, planificar y realizar proyectos e investigaciones que ayuden al alumno a interpretar el medio que le rodea. Analizando e interpretando datos, concluyendo a partir de la interpretación de estos y con argumentos que se puedan generalizar en patrones. Comunicando y divulgando con argumentos a partir de evidencias contrastables. En definitiva, enseñamos Ciencia sin hacer Ciencia. El contexto en el que se lleva a cabo la enseñanza y aprendizaje de las ciencias la ha dogmatizado hasta su tratamiento como una religión.

#### **Agradecimientos**

Agradecer a la organización del XXI CONCITES y en su caso a la fundación CIENTEC la oportunidad de llevar a cabo la presente comunicación. A la Universidad de Huelva (España) y Universidad de Costa Rica por el apoyo otorgado para la realización de este trabajo, fruto de una estancia de investigación cofinanciada por la Asociación Universitaria Iberoamericana de Posgrado, el centro de investigación

COIDESO, el grupo de investigación DESYM y la Universidad de Huelva a través de su Estrategia de Política de Investigación y Transferencia.

### **Referencias Bibliográficas**

- Driver, R. (1989). Students' conceptions and the learning of science. *International Journal of Science Education*, 11(5), 481-490.
- Linn, M.C., Davis, E.A. y Bell, P. (2004). *Internet Environments for Science Education*. Erlbaum.
- Lorca-Marín, A. A., González Castanedo, Y. y Delgado-Algarra, E. J. (2018). *El uso de las redes sociales en el aula de ciencias ¿debe ser una obligación o no?*. En Encuentros de Universidad de A Coruña: Servicio de Publicaciones
- Lorca-Marín, A. A., González Castanedo, Y., y Velo Ramírez, M.S. (2019). Ciencia frente a seudociencia: el fomento del pensamiento crítico. *Alambique: Didáctica de las ciencias experimentales*, (97) 57-61.
- Martínez-Chico, M., López-Gay, R., Jiménez-Liso, M. y Trabalón Oller, M. (2017). Una propuesta integrada para la formación inicial de maestros: desde el aprendizaje de ciencias mediante indagación y modelización a la competencia para enseñar ciencias. *Enseñanza de las Ciencias*, (Extra), 115-122.

# El uso del Meme como recurso pedagógico y evaluativo

Hairo Zúñiga-Alvarado

International Christian School, Costa Rica

hgz.alvarado@gmail.com

**Resumen:** los memes han sido utilizados como recursos para expresar críticas sociales, humor y recreación; estos factores pueden ser utilizados en la educación y llevar esos tres elementos y generar un aprendizaje significativo a partir de su uso pedagógico y evaluativo. El uso de la sátira y la comedia en la comunicación representa una ruta compleja de aprendizaje, por lo cual genera construcción de conocimiento sólido y significativo. El meme se convierte en un novedoso recurso educativo que tiene las características fundamentales para realizar procesos de evaluación diagnóstica; además, al ser utilizado en las lecciones facilita el ambiente dinámico y propicio para el aprendizaje.

**Palabras claves:** meme, aprendizaje, procesos de enseñanza aprendizaje, innovación educativa, TICs, TACs

## 1. Introducción

La educación es un proceso que no concluye, invita a los participantes a estar en una constante renovación de conocimiento. El ser humano es un ente de aprendizaje continuo con la capacidad de transformar lo que observa en procesos elevados de metacognición hacia una ruta de integralidad.

El avance tan acelerado de la tecnología conlleva el reto principal del quehacer docente hacia la búsqueda de métodos alternativos de aprendizaje, donde logre captar la mayor capacidad de atención de los educandos y donde se valore la inclusión educativa como una arista primordial del aprendizaje.

Los nuevos desafíos docentes invitan a la constante innovación educativa, llaman a los educadores a que rompan paradigmas y trasciendan en su labor docente, donde contextualicen los contenidos a partir de recursos educativos peculiares, como lo son los memes.

## 2. Los memes: ¿qué son?

Un meme es un recurso visual que utiliza elementos llamativos como lo son colores, imágenes y variedades de tipografías; tienen la particularidad de que utilizan aspectos propios de la teoría del color utilizando colores opuestos para denotar mensajes. La mezcla de colores y tipografías hacen que los memes se conviertan en recursos ideales para expresar ideas, comentarios y críticas que pueden ir desde ámbitos locales, internacionales y globales.

Son utilizados con alta frecuencia para expresar críticas utilizando mensajes claros, concisos y con tonos de ironía, sarcasmo y jocosidad; por otro lado, los memes tienen la capacidad de llegar a ser virales en el internet, permitiendo así, alcanzar un público meta más amplio; es por esto que pueden ser utilizados

como recursos pedagógicos, es decir, trascienden la sociedad de la información (Vera, 2016, citando a Barroso y Cabero, 2016).

### **3. El meme como recurso pedagógico**

Los memes son quizás el recurso pedagógico con mayor accesibilidad y, al mismo tiempo, con mayor grado de subvaloración; este recurso brinda múltiples oportunidades para proyectar información, masificarla y divulgarla a partir de la creatividad, comunicación, síntesis y criticidad (Balda, 2019).

Es decir, permite generar nuevas rutas en la construcción de conocimiento de los discentes utilizando procesos interculturales e interdisciplinarios; lleva consigo un andamiaje de ideologías y pensamientos permitiendo, al meme, ser un gran portador de conocimiento.

Para nadie es un secreto que se vive en una sociedad con altos índices de globalización, donde la tecnología se convirtió en un aliado en la formación de conocimiento en los educandos por parte de los docentes; es por esto por lo que los memes vuelven a ser pioneros en la formación, construcción y reflexión del conocimiento brindado en el proceso enseñanza-aprendizaje. En este recurso digital se pueden hallar todas las características establecidas en las TICs donde permite la flexibilidad del curriculum y simultáneamente se transforman en TACs; en otras palabras, los memes son herramientas que participan en procesos complejos de comunicación y de conocimiento, generando así, la proyección de habilidades de pensamiento sistémico y analítico.

El pensamiento crítico es uno de los factores que más se busca en los procesos de enseñanza-aprendizaje, son el reto de los educadores actuales y son el deseo de los estudiantes que están sedientos de nuevos retos, nuevos aprendizajes y nuevas tendencias pedagógicas que conviertan sus entornos de enseñanza en ambientes dinámicos y de aplicabilidad.

En la misma línea, para garantizar un aprendizaje significativo es necesario cumplir con dos requisitos: 1. Brindar los contenidos de manera que los estudiantes logren entender el porqué de los temas que aprende y 2. Contextualizar los contenidos que estudian para así encontrar la aplicabilidad del conocimiento.

Los estudiantes modernos son exigentes en cuanto a estudiar y aprender, son emocionales y pueden realizar varias tareas al mismo tiempo, esto da al docente un rompecabezas de técnicas que pueden usar para despertar en los estudiantes el interés por la asignatura y con esto generar un vínculo que fortalezca la relación estudiante-docente y viceversa; los cerebros de nuestros estudiantes trabajan a partir de grupos de intereses, (Cataldi y Dominighni, s.f) si se logra posicionar la asignatura en ese círculo, se construiría una nueva ruta de conocimiento.

La creación de ese vínculo emocional garantiza que los procesos de enseñanza-aprendizaje se encaminen hacia la ruta de la significancia ya que es fundamental que los estudiantes logren sentirse cómodos, seguros y felices en los entornos de aprendizaje (Lewin, 2017).

### **4. El meme como recurso evaluativo**

La evaluación, como tal, se ha visto proyectada como el proceso que muestra el avance de un estudiante en el proceso de aprendizaje, se ha tipificado como un proceso sumativo donde a partir de una escala numérica, el estudiante recibe una calificación que brinda, presuntamente, su nivel de desempeño para los objetivos planteados.

Este proceso sumativo se ha visto bajo el esquema de educación tradicional, valorando el resultado del aprendizaje y omitiendo el proceso de aprendizaje, lo cual, elimina por completo el verdadero proceso de significancia de la educación. Es durante el proceso de aprendizaje donde el estudiante cuestiona lo que sabe, produce y reflexiona, siendo estas tres habilidades fundamentales en la construcción de conocimiento y vitales para lograr el aprendizaje significativo (Apéndice I, II y III).

El aprendizaje significativo y la evaluación son procesos que pueden ocurrir paralelamente si se aplican las diversas formas de evaluación que existen; los memes pueden ser utilizados en las tres rutas de evaluación que existen:

El meme como evaluador diagnóstico: debido a su naturaleza crítica los memes funcionan con herramientas para iniciar discusiones, reflexiones y diversas metodologías donde el estudiante puede hacer introspección sobre la comprensión de los contenidos a desarrollar o ya estudiados.

El meme como evaluador sumativo: al utilizar el meme como esta estrategia el docente requiere de una rúbrica sólida y objetiva.

El meme como evaluador formativo: el docente puede utilizar este recurso como una herramienta metodológica para brindar espacios de retroalimentación grupal e individual con el fin de brindar un aprendizaje formativo.

## **5. Materiales y métodos**

Se realizó una encuesta a un grupo de 36 docentes de preescolar, primaria y secundaria de sistemas educativos públicos y privados de las modalidades diurnas, bachillerato internacional y nocturnas; y a un grupo de 58 estudiantes pertenecientes a colegios privados y públicos y que oscilan las edades de 14 a 20 años y de las modalidades académica, bachillerato internacional y Colegio Nacional Virtual Marco Tulio Salazar.

La muestra de docentes contempla una distribución que incluye San Carlos, Puntarenas, San Marcos de Tarrazú, Heredia, San José y Cartago; mientras que la muestra de estudiantes se utilizó la dirección regional de Heredia específicamente los circuitos escolares 05 y 07.

Las encuestas aplicadas contienen un total de ocho preguntas de las cuáles seis son preguntas cerradas y dos son preguntas abiertas. Las respuestas obtenidas fueron procesadas a partir de gráficos y tablas con el fin de contrastar los resultados.

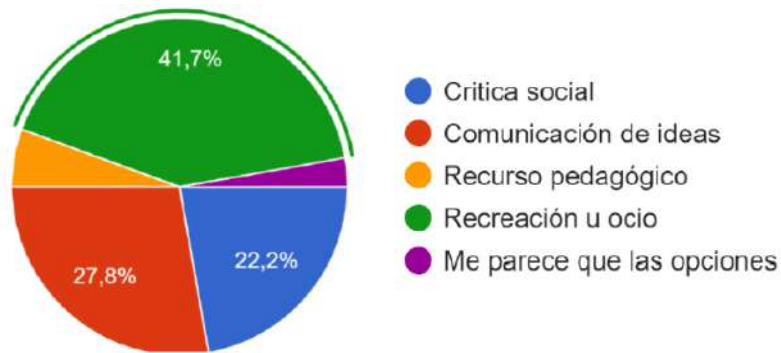
## **6. Discusión de resultados**

Como parte del proceso de indagación se le pregunto a los docentes sobre el principal uso que se ha dado a los memes, la figura 1 contempla los resultados de esta interrogante.



**Figura 1**

*Uso que se le dan a los memes*



*Nota.* Creación propia.

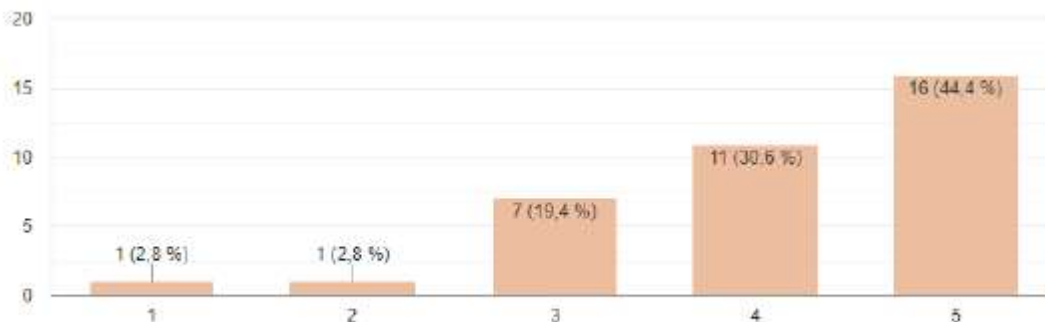
Tal y como muestra la figura anterior, las opciones de recreación u ocio, crítica social y comunicación de ideas son las respuestas con mayor frecuencia en la muestra encuestada; esto evidencia que el meme es un recurso con una gama amplia de uso permitiendo alcanzar niveles de comunicación superiores a partir de diferentes estrategias y herramientas.

En la misma línea, utilizar memes en las lecciones como recurso pedagógico y evaluativo tiene múltiples beneficios en el proceso de enseñanza y aprendizaje ya que al utilizar el humor como forma de comunicación de ideas permite generar conexiones neuronales fuertes y realizar, en forma implícita, procesos de cuestionamiento de conocimiento al entender o no entender el meme, es este recurso una de las formas más atractivas para llegar a la metacognición, tal y como lo afirma Vera (2016), al indicar que “...los memes tienen un poder de descripción y explicación en torno a un fenómeno, hecho u desarrollo cultural mucho más efectivo para la cultura juvenil, globalizada -y por ende hiperconectada- en el ámbito educativo del siglo XXI.” (p. 5).

Se considera que los memes tendrán efectos positivos en el estudiantado (Figura 2) y en clima de clase; si esto se logra, por consecuencia se afectará positivamente el aprendizaje transformándolo en contextualizado, divertido y significativo. Transportan al estudiante hacia paradigmas cognitivos inexplorados donde se promueve una mentalidad de crecimiento a partir de la sensación de seguridad, empoderamiento y felicidad de las lecciones.

**Figura 2**

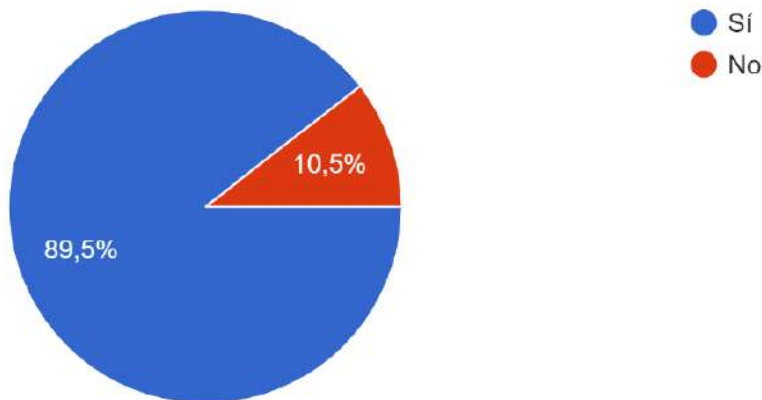
*Efecto del uso de los memes en las lecciones de acuerdo con los docentes*



Por otro lado, los estudiantes son una de las aristas principales del proceso educativo; ante esto, se les preguntó a los educandos sobre si existe un agrado por el posible uso de los memes como recurso pedagógico y evaluativo en las lecciones, el resultado se ubica en la Figura 3.

**Figura 3**

*Efecto del uso de los memes en las lecciones de acuerdo con los docentes*



*Nota.* Creación propia.

Tal y como muestra la figura anterior, existe una alta frecuencia por que los memes sean utilizados en las lecciones ya que permitirán a los estudiantes abordar contenidos desde distintas perspectivas generando una innovación educativa en los salones de clases.

Estos procesos trascienden de la labor tradicional del docente y produce la liberación de serotonina aumentando la felicidad y, por ende, la sensación de seguridad y comodidad ante el aprendizaje, logrando el aprendizaje significativo.

La contextualización del conocimiento es vital, es ahí donde el meme entra en juego y produce en la relación docente-estudiante la contextualización del conocimiento para fortalecer el vínculo emocional necesario para el discente; esto genera un efecto dominó donde, a partir de todo lo mencionado anteriormente, se abren caminos hacia una educación multicultural, integral y reflexiva.

Los memes utilizados como un recurso evaluativo les brinda a los estudiantes la capacidad de realizar una auto reflexión y auto retroalimentación a partir de la comprensión del recurso en contexto social; cuando el estudiante se replantee en su mente porqué comprende ese meme, por qué entiende el trasfondo del meme y por qué puede identificar errores o datos falsos en un meme, habremos logrado como docentes llevar a la verdadera criticidad, al verdadero pensamiento crítico y la metacognición. Los memes son los recursos lingüísticos más utilizados en muchas áreas de la sociedad como la publicidad, el periodismo y la sociología; es momento que se utilicen también en la educación y lograr transformar el arte de educar.

## **7. Conclusiones**

Tras finalizar este proceso investigativo se concluye que:

El meme es un recurso pedagógico y evaluativo que permite al docente innovar en sus lecciones.

Utilizar el meme como recurso pedagógico invita a los estudiantes a llevar su construcción de conocimiento a niveles superiores.

Innovar es una labor que el docente debe hacer constantemente; llevar al estudiante a disfrutar el aprendizaje es fundamental para alcanzar el aprendizaje significativo.

La contextualización de conocimiento es necesaria para formar el vínculo entre el docente y el estudiante.

El meme es un recurso versátil que permite al docente conocer a sus estudiantes, fortalecer su relación con ellos y despertar / desarrollar en los estudiantes competencias, habilidades y destrezas.

### Referencias Bibliográficas

Balda, P. (2019). La caricatura y los memes como herramienta de divulgación matemática. Una experiencia de aula. *Números Revista de Didáctica de las matemáticas*, 102, 29-41.

Catald, Z. y Dominighni, C. (s.f.). La generación millennial y la educación superior. Los retos de un nuevo paradigma. *Revista de Informática Educativa y Medios Audiovisuales*, 12 (19), 14-21.

Lewin, L. (2017). *Que enseñes no significa que aprendan*. Bonum.

Vera, E. (2016). El meme como nexo entre el sistema educativo y el nativo: tres propuestas para la enseñanza del lenguaje. *Revista Educación y Tecnología*, 1-15, <https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/6148882.pdf>

### Apéndices

Apéndice I. Desglose del estudio de un meme de literatura.

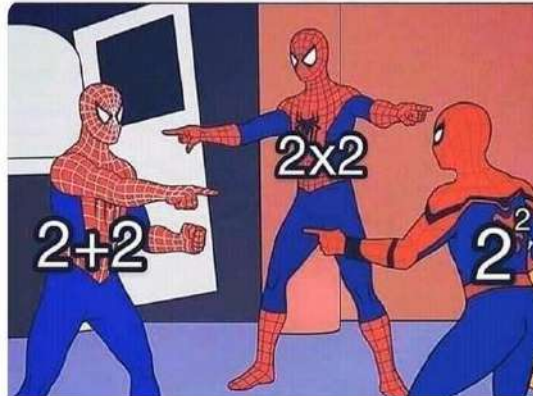
- Tema: Don Quijote de la Mancha.
- Asignatura: Español / Literatura.
- Requerimientos: lectura de Don Quijote de la Mancha.
- Recurso: Evaluación Diagnóstica.
- Habilidades: comprensión, análisis, pensamiento crítico, creatividad y metacognición.



## Apéndice II. Desglose del estudio de un meme de matemáticas.

- Tema: Operaciones básicas, leyes de potencia.
- Asignatura: matemáticas
- Requerimientos: estudio del tema y conversiones.
- Recurso: Evaluación Diagnóstica.
- Habilidades: comprensión, análisis y pensamiento crítico, lógica matemática, metacognición y creatividad.

Los memes que le dan risa al profe de matemática.



## Apéndice III. Desglose del estudio de un meme de Física.

- Tema: Movimiento Rectilíneo Uniforme
- Asignatura: Ciencias / Física
- Requerimientos: estudio del tema y conversiones.
- Recurso: Evaluación Diagnóstica.
- Habilidades: comprensión, análisis y pensamiento crítico, lógica matemática, metacognición y creatividad.



# Estrategias de gamificación para la enseñanza de la química

Carla Gómez Quirós

Universidad Latinoamericana de Ciencia y Tecnología, Costa Rica

**cgomezq296@ulacit.ed.cr**

**Resumen:** La gamificación o ludificación es una herramienta de transformación educativa que permite integrar metodologías activas y participativas frente al modelo clásico de enseñanza magistral. En el presente artículo se proponen varias estrategias didácticas para la presentación de contenidos de química general en el aula en forma de juego, con objeto de incentivar la motivación y el aprendizaje entre estudiantes tanto de secundaria como de nivel inicial universitario. Las estrategias se implementaron en un grupo de 46 estudiantes de química inorgánica básica de primer ingreso de universidad (edad promedio = 19 años) procedentes de colegios públicos y privados, con diferentes niveles de conocimiento sobre la materia. El 100 % de los estudiantes consideraron que las actividades realizadas facilitaron su aprendizaje personal e incrementaron su interés en la materia.

**Palabras clave:** gamificación, nomenclatura, geometría molecular, balanceo de ecuaciones, simulación.

## 1. Introducción

La química, como asignatura de ciencias, es muy importante en los programas de estudio de educación secundaria y en los primeros años de educación superior a nivel global. Es un tema central para las carreras de ciencias básicas, ciencias de la salud, e ingenierías, entre otras. No obstante, se ha observado que en general, los estudiantes poseen una percepción de que la química es difícil de entender, lo cual en muchos casos se torna en ansiedad y conduce a la pérdida de motivación o interés sobre la materia (Nakamatsu, 2012).

Lo anterior se puede atribuir a la naturaleza abstracta de la asignatura, al método de enseñanza magistral que la mayoría de los profesores de química han venido utilizando a lo largo del tiempo (Corchuelo, 2018) y a la brecha que aún existe en nuestro país entre colegios de enfoque científico y académico, lo cual aún en años recientes, no deja de ser uno de los grandes retos que tiene el Ministerio de Educación Pública (MEP) en Costa Rica (Hernández-Chaverri et al., 2017).

En lo que respecta a los profesores de química, tanto a nivel de secundaria, como a nivel de educación superior, uno de los principales retos consiste en desarrollar nuevas estrategias que permitan revertir esta percepción negativa sobre la materia, y transformar el aprendizaje en una experiencia positiva que fomente que los estudiantes se motiven y aprecien la importancia de adquirir conocimiento en esta asignatura.

Una de las estrategias que ha venido desarrollando una gran popularidad en el área de la educación, consiste en la técnica de gamificación, cuyo objetivo, de acuerdo con Ortegón (2016), consiste en el empleo o identificación de elementos característicos del juego que permitan transformar una actividad desarrollada en un entorno no lúdico, en una experiencia agradable que potencie la motivación, la concentración, la transmisión de conocimiento y la creación de un vínculo significativo con los estudiantes.

Gamificar el estudio de la química, ya sea en forma de juegos educativos, simulaciones o bien, experiencias no tradicionales en clase, es una propuesta atractiva que brinda a los estudiantes la oportunidad de visualizar conceptos abstractos, participar en el proceso de aprendizaje activo y construir conocimiento de manera efectiva.

Según Oliva (2016), dentro de un contexto universitario, la gamificación representa una oportunidad para propiciar una cultura de conectividad entre el docente y el estudiante, que alimente el interés genuino de este último por aprender, lo cual será reflejado en el mejoramiento de las dinámicas de grupo, la atención en clase, el fomento de actitudes de crítica reflexiva, retroalimentación eficiente y aprendizaje significativo. Asimismo, la posibilidad de incentivar la participación de la totalidad de los estudiantes permite detectar y solucionar de manera oportuna y efectiva aquellos problemas o errores de comprensión y colectivización del conocimiento, reduciendo de esta manera las probabilidades de fracaso académico.

No obstante, es importante considerar que el éxito o fracaso de la implementación de estas estrategias, depende de las mecánicas de juego establecidas y de la adecuada selección de las herramientas de juego para la adaptación de los conceptos educativos de interés, de modo que se debe tener especial cuidado en cuanto al diseño e implementación de la actividad. Con base en esto, Werbach & Hunter (2012), citados por Corchuelo (2018), consideran que el diseño de una estrategia de gamificación exitosa se basa en el cumplimiento de los siguientes puntos:

- a. Definir con claridad los objetivos educativos que se quieren conseguir en el aula.
- b. Delimitar los comportamientos que se quieren potenciar en los estudiantes.
- c. Establecer las características e intereses de los jugadores.
- d. Definir el sistema de gamificación y establecer los ciclos de las actividades.
- e. Diseñar las actividades bajo la premisa de que se debe fomentar la diversión.
- f. Definir los recursos y herramientas necesarias para el desarrollo de la estrategia y la posterior evaluación de competencias.

En la siguiente sección se describen las características de las estrategias didácticas implementadas para la dinamización de contenidos temáticos en el área de química.

## **2. Materiales y métodos**

Con objeto de incentivar la motivación y el aprendizaje de la química entre los estudiantes, se realizó una investigación de carácter cualitativo y diseño descriptivo para conocer la valoración de las estrategias de gamificación implementadas. En las siguientes subsecciones se detallan los elementos establecidos para el presente estudio, de acuerdo con lo estipulado por Werbach & Hunter (2012), citados por Corchuelo (2018).

### **2.1 Definición de los objetivos educativos**

De manera adicional a los objetivos académicos establecidos dentro del programa del curso, la aplicación de las estrategias planteadas procura motivar a los estudiantes a participar en clase, así como dinamizar los contenidos temáticos dentro del aula para reducir los tiempos de exposición magistral de los conceptos y orientar el proceso de enseñanza hacia un sistema basado en la resolución de problemas. Lo anterior, para fomentar el pensamiento creativo de los estudiantes.

## 2.2 Comportamientos que se quieren potenciar entre los estudiantes

Dentro de los comportamientos que se quieren potenciar entre los estudiantes, se destaca la participación en clase, el aprendizaje colaborativo, la retroalimentación efectiva entre pares académicos y la asistencia a la mayoría de las sesiones de clase. Además del interés de potenciar comportamientos positivos, se procura de igual manera revertir comportamientos o percepciones negativas sobre la materia.

## 2.3 Características e intereses de los jugadores

La estrategia de gamificación se aplicó a un grupo de 46 estudiantes de pregrado de la Escuela de Medicina y Cirugía Veterinaria San Francisco de Asís, de la Universidad Veritas - España, con edades dentro del rango de 17 hasta los 29 años, con diferentes niveles de conocimiento sobre la materia, procedentes de colegios públicos y privados. La distribución de género fue de 73% (33) mujeres y 27% (12) hombres.

## 2.4 Sistema de gamificación y ciclos de actividades

La selección de los temas se realizó con base en la distribución de los contenidos temáticos establecidos dentro del programa del curso, el cual se encuentra dividido en las unidades mostradas en la Tabla 1.

**Tabla 1**

*Contenidos temáticos establecidos dentro del programa del curso*

| Unidad | Detalle  |
|--------|--|
| I      | Introducción a la química.   |
| II     | Estructura electrónica del átomo. Tabla periódica. Enlace químico. |
| III    | Reacciones químicas y cantidades.                                  |
| IV     | Estados de la materia.   |
| V      | Agua. Disoluciones y coloides.                                     |
| VI     | Velocidad de reacción. Equilibrio Químico Ácido-Base.              |

Las estrategias de gamificación se llevaron a cabo en grupos de máximo 5 estudiantes. En general, las actividades fueron planificadas para realizarse al inicio y al final de cada unidad temática del curso, en horario de clase. El esquema de clase se desarrolló en tres etapas: a) exposición magistral del tema, con una duración de máximo 15 minutos; b) aplicación de la estrategia de gamificación en grupos; y c) revisión grupal de ejercicios para finalizar la clase.

## 2.5 Descripción de estrategias de gamificación para la enseñanza de conceptos de química

De acuerdo con Sarkodie y Adu-Gyamfi (2015) existen tres niveles de enseñanza y aprendizaje de conceptos en química, los cuales consisten en el nivel macroscópico, submicroscópico y simbólico. El nivel macroscópico hace referencia al aprendizaje de conceptos a través de la observación; el nivel submicroscópico representa los conceptos químicos relativos al movimiento de las moléculas, átomos o partículas subatómicas; y el nivel simbólico comprende aquellos conceptos que se estudian mediante el

uso de símbolos, fórmulas, estructuras o números. De estos conceptos, los últimos dos, es decir, los niveles submicroscópico y simbólico, son considerados de alta dificultad para los estudiantes.

Con base en lo anterior, se detallan a continuación las estrategias de gamificación utilizadas para la dinamización y refuerzo de conceptos considerados de alta complejidad por los estudiantes.

### 2.5.1 Datos de iones para nomenclatura de compuestos inorgánicos

La primera estrategia se enfoca en el tema de nomenclatura de compuestos inorgánicos, perteneciente al nivel simbólico de acuerdo con Sarkodie y Adu-Gyamfi (2015). El objetivo principal de esta estrategia consiste en reducir el error que cometen los estudiantes al combinar catión-catión o anión-anión, mediante la utilización de dos dados que lanzan de manera simultánea. Uno de los dados, el que posee los cationes, se identifica con un color distinto (azul) al dado que posee los aniones (rojo), como se observa en la Figura 1, de modo que sea un recordatorio para que los estudiantes se aseguren de combinar especies diferentes.

#### Figura 1

*Dados de cationes y aniones para nomenclatura de compuestos inorgánicos*



Adicionalmente, esta estrategia permite reforzar el aprendizaje de los números de oxidación de iones monoatómicos y poliatómicos, así como la práctica de la distribución correcta de estos en cuanto a la formulación de los compuestos y su posterior nomenclatura.

### 2.5.2 Construcción de modelos tridimensionales de marshmallows para geometría molecular y Estructuras de Lewis

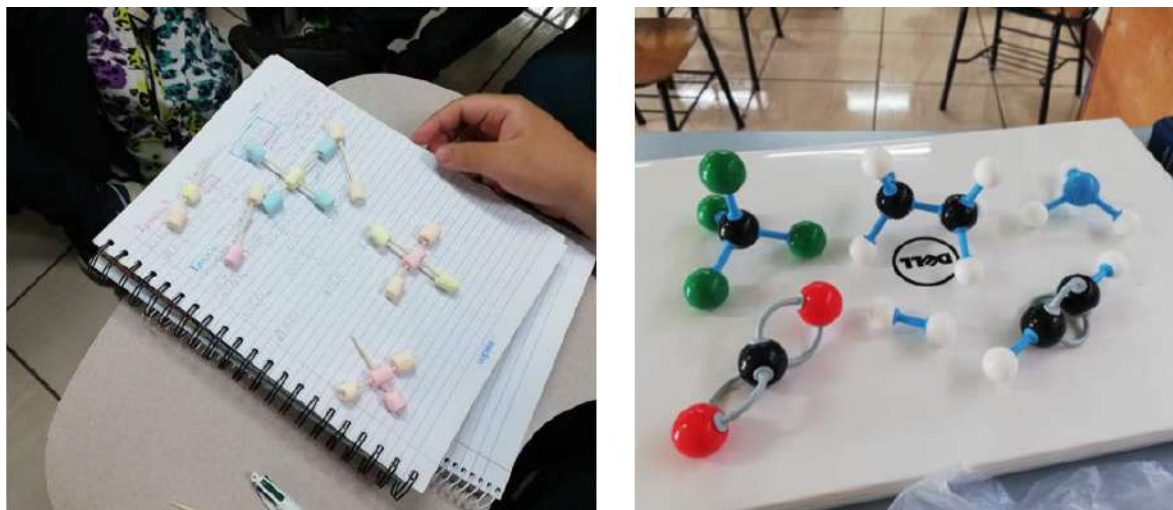
Una de las principales dificultades respecto al aprendizaje de la química, como se mencionó previamente, consiste en su naturaleza abstracta. Para este efecto, la construcción de modelos tridimensionales es de gran utilidad para que los estudiantes visualicen las estructuras de las moléculas en el espacio. Este tema, de igual manera, pertenece al nivel simbólico de acuerdo con Sarkodie y Adu-Gyamfi (2015).

La estrategia desarrollada, se basa en realizar primeramente los diseños de las estructuras de Lewis en papel, y posteriormente trasladarlas a su forma tridimensional empleando gomitas o marshmallows, como se muestra en la Figura 2.



## Figura 2

*Modelos tridimensionales de marshmallows o gomitas para representaciones de geometría molecular y estructuras de Lewis*



La geometría molecular, se puede visualizar adicionalmente, de manera opcional, con ayuda de kits para construcción de moléculas.

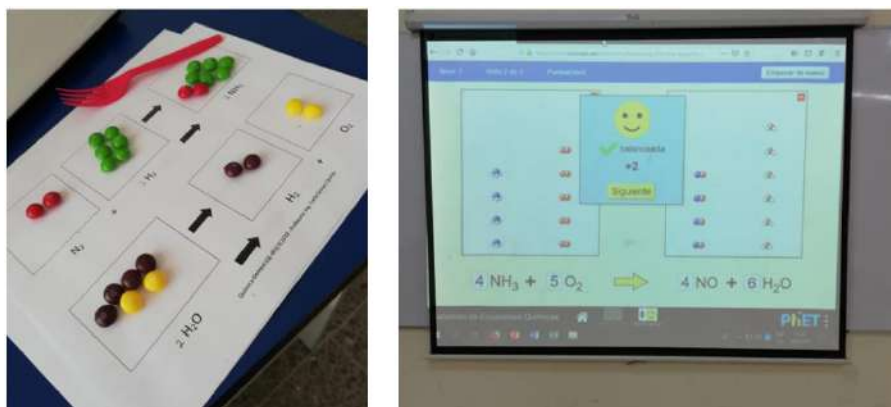
### 2.5.3 Balanceo de ecuaciones químicas con confites y simulaciones PhET

La estequiometría y balanceo de ecuaciones químicas es uno de los temas de mayor trascendencia en el estudio de la química. De acuerdo con la separación de conceptos de Sarkodie y Adu-Gyamfi (2015), se clasifica como nivel submicroscópico.

La implementación de ayudas visuales, en este caso, es de gran apoyo. De modo que, la estrategia se plantea como un juego en el que los estudiantes compiten en velocidad, para determinar qué grupo finaliza el balanceo de ecuaciones en el menor tiempo. Para este efecto, se utilizan confites como Skittles o M&M's para simular los átomos, respetando la asignación de colores para cada elemento en específico, tal y como se observa en la Figura 3.

## Figura 3

*Apoyo visual para el balanceo de ecuaciones químicas*



Otra herramienta disponible para utilizar en clase como apoyo visual para actividades de gamificación, consiste en el proyecto “PhET Interactive Simulations”, de la Universidad de Colorado Boulder, de donde se pueden obtener distintos recursos educativos para ilustrar conceptos adicionales. Las simulaciones específicas para química se pueden obtener de: <https://phet.colorado.edu/en/simulations/category/chemistry>

## 2.6 Recursos y herramientas necesarias

Se aplicó un cuestionario en línea para conocer la percepción de los estudiantes respecto a las estrategias de gamificación utilizadas durante el curso. Las preguntas definidas para el análisis cualitativo se observan en la Tabla 2.

**Tabla 2**

*Encuesta aplicada a los estudiantes*

| Pregunta  | Tipo de pregunta |
|---|------------------|
| ¿Cuál fue la actividad que más llamó su atención?   | Opción múltiple  |
| ¿Las actividades realizadas incrementaron su interés por la química inorgánica?   | Dicotómica       |
| ¿Cuál fue el tema que más le interesó de los contenidos abordados por las actividades? Puede marcar varias opciones.  | Opción múltiple  |
| ¿Prefiere el uso de simulaciones en computadora o la construcción de modelos y juegos en físico, para visualizar conceptos químicos?                          | Opción múltiple  |
| ¿Considera usted que las actividades realizadas fueron innovadoras y atractivas para los estudiantes?   | Dicotómica       |
| ¿Las actividades realizadas facilitaron su aprendizaje personal de los conceptos involucrados?  | Dicotómica       |
| ¿Considera útil el uso de estrategias didácticas lúdicas como alternativa al enfoque tradicional de enseñanza de la química inorgánica a nivel universitario? | Dicotómica       |
| ¿Tiene algún comentario o sugerencia adicional para mejorar las actividades realizadas?   | Abierta          |

## 3. Resultados y Discusión

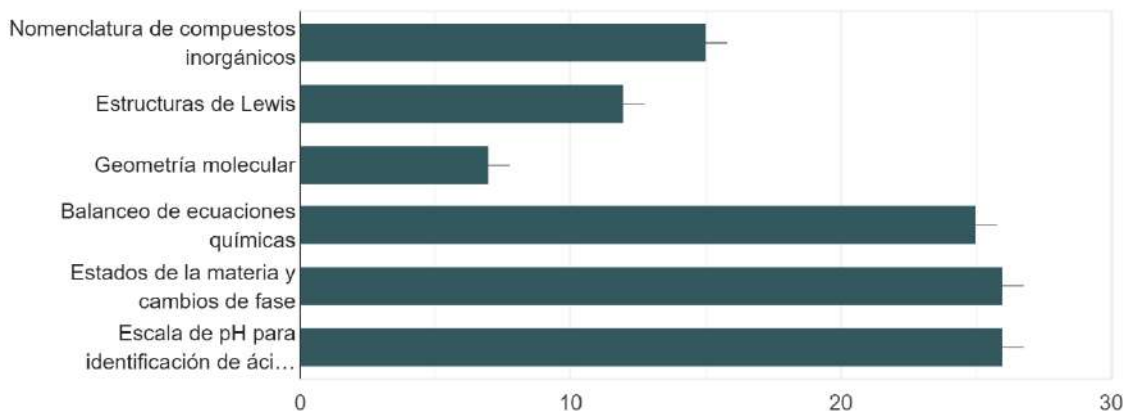
De acuerdo con los resultados obtenidos en la encuesta, las actividades que más llamaron la atención de los estudiantes, con un porcentaje de 44,4 % en ambos casos, fueron la construcción de modelos tridimensionales y la utilización de simulaciones PhET. El 11,1% del estudiantado se interesó por la actividad de los datos de iones.

En relación con la valoración general de las actividades, se obtuvo que el 100% de los estudiantes consideraron que las estrategias aplicadas incrementaron su interés por la química y facilitaron su

aprendizaje personal. La distribución específica de los contenidos de mayor interés, incluyendo la utilización de simulaciones PhET para la visualización de otros conceptos, se muestra en la Figura 4, donde los temas estudiados con estas últimas obtuvieron la mayor aceptación.

**Figura 4**

*Interés sobre los contenidos temáticos abordados durante las actividades*



En general, las estrategias que involucraron el desarrollo manual de modelos tuvieron una aceptación mayor (84,4%) respecto al uso de simulaciones computacionales (15,6%), lo cual permite apreciar la necesidad de realizar una transformación educativa hacia modelos de enseñanza que permitan la transición de los estudiantes desde un rol pasivo a un rol activo que les permita interactuar en mayor medida con sus procesos de aprendizaje, como menciona Ortegón (2016). Los estudiantes consideraron que la experimentación y realización de actividades prácticas que les permitieron interactuar con el contenido visto en clase les ayudó a tener un panorama más amplio de cómo funciona la química en la vida real, lo cual no hubieran obtenido si las clases fueran en su totalidad de carácter magistral.

#### 4. Conclusiones

- Las estrategias de gamificación en química brindan a los estudiantes la oportunidad de visualizar conceptos abstractos, participar en el proceso de aprendizaje activo y construir conocimiento de manera efectiva.
- Los resultados obtenidos en este estudio permiten apreciar la necesidad de realizar una transformación educativa hacia modelos de enseñanza de aprendizaje activo.

#### Agradecimientos

El desarrollo de este documento no habría sido posible sin la entusiasta participación y colaboración de mis estudiantes del curso de Química Inorgánica Básica de la Escuela de Medicina y Cirugía Veterinaria San Francisco de Asís de la Universidad Veritas, en donde tuve la oportunidad de impartir este curso durante el período académico del II Cuatrimestre 2019. Agradezco la amabilidad de los estudiantes y del personal administrativo, así como el aprendizaje adquirido durante este breve período en la institución.

## Referencias bibliográficas

- Corchuelo, C. (2018). Gamificación en educación superior: experiencia innovadora para motivar estudiantes y dinamizar contenidos en el aula. *EDUTEC. Revista Electrónica de Innovación Educativa*, (63), 29-41. doi:dx.doi.org/10.21556/edutec.2018.63.927
- Hernández-Chaverri, R., Montero-Miranda, E., & Villalobos-González, W. (2017). Evaluación del conocimiento básico en química en estudiantes de educación diversificada: El caso de Ingeniería Industrial, UNED. *Revista Electrónica Calidad en la Educación Superior*, 8(2), 1-23. doi:http://dx.doi.org/10.22458/caes.v8i2.1915
- Nakamatsu, J. (2012). Reflexiones sobre la enseñanza de la química. *En Blanco & Negro*, 3(2), 38-46. Obtenido de <http://revistas.pucp.edu.pe/index.php/enblancoynegro/article/view/3862>
- Oliva, H. (2016). La gamificación como estrategia metodológica en el contexto educativo universitario. *Realidad y Reflexión*, (44), 29-47. Obtenido de <http://icti.ufg.edu.sv/doc/RyRN44-nOliva.pdf>
- Ortegón, M. (2016). *Gamificación de las matemáticas en la enseñanza del valor posicional en cantidades* [Tesis de maestría no publicada]. Universidad Internacional de La Rioja.
- Sarkodie, P., & Adu-Gyamfi, K. (2015). Improving students' performance in naming and writing structural formulae of hydrocarbons using the ball-and-stick models. *Chemistry: Bulgarian Journal of Science Education*, 24, 203-219. [https://www.researchgate.net/publication/282884350\\_Improving\\_students'\\_performance\\_in\\_naming\\_and\\_writing\\_structural\\_formulae\\_of\\_hydrocarbons\\_using\\_the\\_ball-and-stick\\_models](https://www.researchgate.net/publication/282884350_Improving_students'_performance_in_naming_and_writing_structural_formulae_of_hydrocarbons_using_the_ball-and-stick_models)

# Elaboración de ítems en Geometría y *GeoGebra* como herramienta de apoyo en la construcción de las figuras

Estíbaliz Rojas Quesada

Universidad Estatal a Distancia

erojasq@uned.ac.cr

Eric Padilla Mora

Universidad Estatal a Distancia

epadilla@uned.ac.cr

**Resumen:** Este taller está orientado al análisis de diversos aspectos teóricos propios de construcción y validación de ítems, destacando la validez y confiabilidad. Se pretende que el participante analice algunos ejercicios y determine si cumplen con los requisitos para poder ser aplicados, posteriormente diseñará ejercicios tomando en cuenta la teoría y finalmente se le brindará una breve introducción al empleo del Software *GeoGebra* como recurso que le podría contribuir con el diseño de las figuras que emplearía en los ítems generados. Además, durante el taller se podrá implementar algunas actividades que le permitan fortalecer su formación Matemática, específicamente, en el área de geometría.

**Palabras clave:** Evaluación, geometría, análisis de ítems, construcción de ítems.

**Objetivo del taller:** diseñar ítems para pruebas escritas en temas de Geometría del I y II Ciclo de la Educación General Básica y emplear el software *GeoGebra* como apoyo para la construcción de las figuras geométricas que se incluyan en estos.

**Público meta:** docentes del I y II Ciclo de la Educación General Básica Costarricense, así como, estudiantes en formación para dichos ciclos.

**Recursos:** computadora con acceso a internet, hojas blancas, lápiz, lapicero y borrador.

**Cantidad máxima de participantes:** 15 personas.

## 1. Introducción

La evaluación como proceso cumple entre otros roles el de orientar al docente sobre el aprendizaje de los estudiantes, ofreciendo la posibilidad de fortalecerlo y consolidarlo. Además, se constituye como un medio para poder transformar el proceso de enseñanza dado que permite evidenciar cuáles son las necesidades prioritarias que se debe atender. Por tanto, tiene que ser visualizada como una actividad continua y un proceso integrador que genera, desde la reflexión de las experiencias, oportunidades formativas. De acuerdo con Fernández (2018), “la evaluación implica que el docente registre las fortalezas, los talentos, las cualidades, los obstáculos, los problemas o las debilidades que de manera individual y grupal se vayan dando para intervenir oportunamente” (párr. 3).

Sin embargo, se debe recurrir a la medición para cuantificar los atributos que se encuentran presentes en los estudiantes (Martínez, 2008), tal y como sucede en la educación costarricense; la cual sin importar el propósito de la evaluación: diagnóstica, formativa o sumativa, debe cumplir con una serie de estándares de calidad, los cuales tienen que ver principalmente con la validez y confiabilidad de los instrumentos que se emplean para realizar la evaluación de los aprendizajes.

En cuanto a la validez, considerada como “el grado en que un test mide lo que pretende medir” (Martínez, 2005, p. 330), involucra el análisis de dos aspectos esenciales: el contenido, para que las preguntas sean relevantes y representativas del tema que se pretende medir, y el proceso de respuesta, ya que por medio de ello se puede establecer los procedimientos que siguen las personas para responder y los indicadores de lo que se quiere evaluar (Meneses et al., 2013).

Por su parte, se puede indicar que la confiabilidad se relaciona con el grado de consistencia con que los examinados realizan la prueba, por lo cual es importante determinarla (American Educational Research Association et al., 2018). Para el caso de los instrumentos de evaluación que se realizan en el aula, es más sencillo tratar de mantener la validez que la confiabilidad, ya que para este último se requieren realizar una serie de análisis psicométricos, que se salen del alcance de este taller. Por tanto, para elaborar ítems es primordial el dominio del contenido y de aspectos básicos en evaluación de los aprendizajes.

Otro aspecto fundamental, en el caso de Matemática en áreas como la geometría, aunque por lo general se indica que “las figuras no están hechas a escala”, es que al emplear imágenes y figuras estas no contradigan definiciones, postulados, lemas, resultados o teoremas propios de la disciplina, y que en la medida de las posibilidades sirvan de guía u orientación, es aquí donde el empleo de algún software para elaborarlas sería lo idóneo.

El taller está orientado al análisis de diversos aspectos teóricos propios de construcción y validación de ítems, se pretende que el participante analice algunos ejercicios y determine si cumplen con los requisitos para poder ser aplicados; luego, tomando en cuenta la teoría, diseñará ejercicios y para finalizar se brindará una breve introducción al empleo del Software *GeoGebra* como recurso que le podría contribuir con el diseño de las figuras que emplearía en los ítems generados. Además, durante el taller se podrá implementar algunas actividades que le permitan fortalecer su formación en Matemática, específicamente, en el área de geometría.

## **2. Actividades del taller**

### **I Parte. Análisis y elaboración de ítems**

**Tiempo aproximado:** 35 minutos.

#### **Actividad 1**

Se realiza una breve exposición sobre aspectos teóricos relacionados con la elaboración y validación de ítems.

Tiempo aproximado: 15 minutos.

Se retomarán algunos de los aspectos que, de acuerdo con el Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (MEP) (2011), se debe considerar para la elaboración de ítems, tales como:

- Las experiencias de aula y el contexto del estudiante.
- Los objetivos o habilidades específicas.
- Utiliza ítems objetivos y de desarrollo.
- Utilizar un vocabulario técnico acorde con el contenido por evaluar.
- Cuidar el puntaje de los ítems.
- Evitar la redacción en forma negativa.
- Realizar la tabla de especificaciones.

Para la validación de los ítems, se recomienda que se cuente con la participación de dos a tres personas que sean expertos en el área. El objetivo de contar con estas personas es que realice un juzgamiento de los ítems, en donde se considere algunos criterios de aceptación, para ello se recomienda como mínimo:

- Verificar la congruencia con respecto a los Programas de Estudio, en cuanto al ciclo y año educativo para el cual se aplicará.
- Revisar el tecnicismo propio de la asignatura.
- Revisar la redacción.
- Resolver el ítem.
- Analizar la cantidad de procedimientos para asignar el nivel de dificultad.
- Verificar la pertinencia de acuerdo con sus características.
- Analizar las alternativas de respuesta. (Selección Única)
- Efectuar un análisis de sensibilidad.
- Brindar sugerencias para mejorar el ítem.

### **Actividad 2**

Los participantes, realizarán un análisis y discusión de cuatro ítems (ver anexo 1) relacionados con geometría considerando aspectos propios de la evaluación entre ellos: habilidad, redacción, validez, dificultad, alternativas y sensibilidad.

Tiempo aproximado: 10 minutos.

### **Actividad 3**

Los participantes, seleccionaran una habilidad específica de los Programas de Estudio del MEP, elaboran y validaran dos ítems relacionados con temas de geometría: uno objetivo y otro de desarrollo. Para el análisis deben considerar, al menos, los siguientes aspectos:

- Verificar la congruencia con respecto a los Programas de Estudio, en cuanto al ciclo y año educativo para el cual se aplicará.
- Revisar el tecnicismo propio de la asignatura.
- Revisar la redacción.
- Resolver el ítem.
- Analizar la cantidad de procedimientos para asignar el nivel de dificultad.

- Verificar la pertinencia de acuerdo con sus características.
- Analizar las alternativas de respuesta. (Selección Única)

Tiempo aproximado: 10 minutos.

## II Parte

**GeoGebra: una herramienta de apoyo en la construcción de figuras geométricas.**

**Tiempo aproximado:** 55 minutos.

### Actividad 1

Instalación por parte de los participantes del software *GeoGebra*.

Tiempo aproximado: 10 minutos.

Dicho programa puede ser descargado de <https://www.geogebra.org/download>.

### Actividad 2

Ingreso al ambiente de trabajo de *GeoGebra*.

De acuerdo con la página oficial de *GeoGebra* se indica que

GeoGebra es un software de matemáticas para todo nivel educativo. Reúne dinámicamente geometría, álgebra, estadística y cálculo en registros gráficos, de análisis y de organización en hojas de cálculo. GeoGebra, con su libre agilidad de uso, congrega a una comunidad vital y en crecimiento. En todo el mundo, millones de entusiastas lo adoptan y comparten diseños y aplicaciones de GeoGebra. Dinamiza el estudio. Armonizando lo experimental y lo conceptual para experimentar una organización didáctica y disciplinar que cruza matemática, ciencias, ingeniería y tecnología (STEM: Science Technol og y Engineering & Mathematics). La comunidad que congrega lo extiende como recurso mundial, ¡potente e innovador para la cuestión clave y clásica de la enseñanza y el aprendizaje! (p. 1).

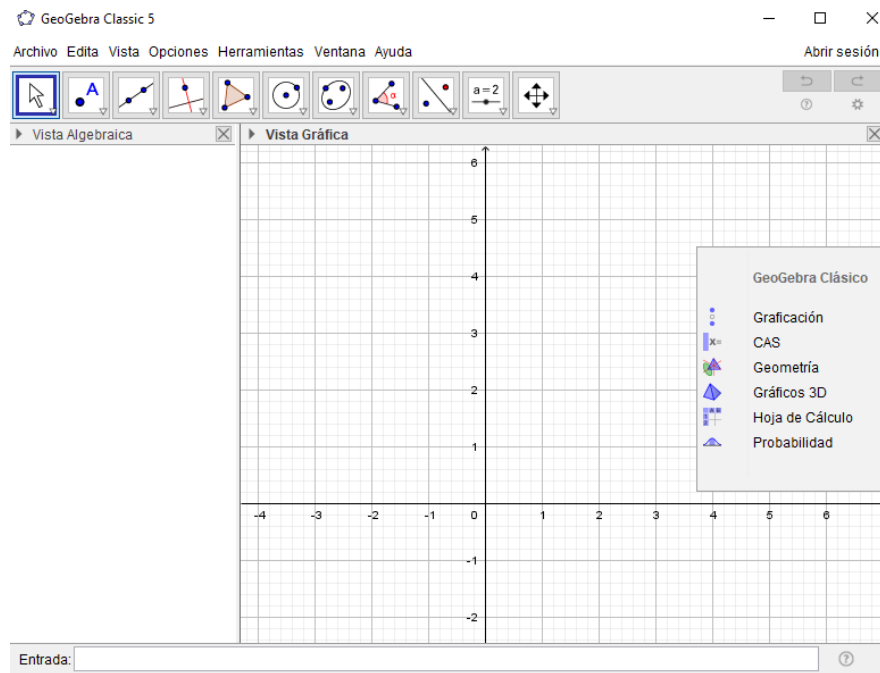
### Un vistazo a *GeoGebra*

Al descargar e instalar dicho programa y abrirlo se debe visualizar un ambiente de trabajo similar a lo mostrado a continuación



**Figura 1**

*Ambiente de trabajo de GeoGebra*



*Nota.* Elaboración propia.

Tiempo aproximado: 5 minutos.

### Actividad 3

Conocer el ambiente de trabajo de la página principal del *GeoGebra*.

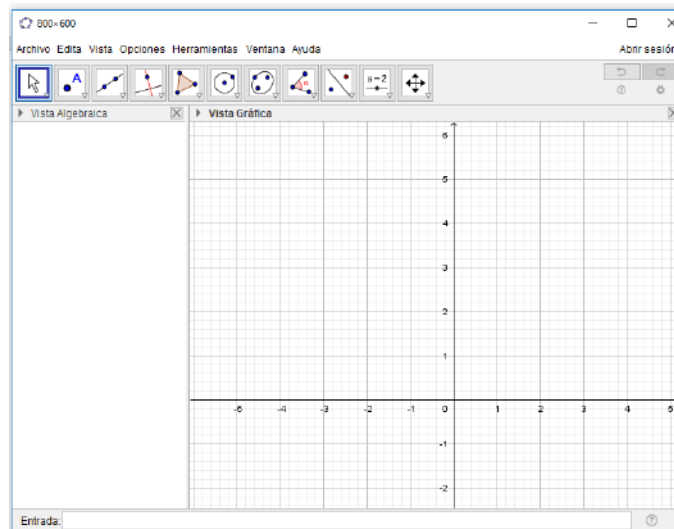
Diversas vistas de trabajo de *GeoGebra*.

Menú principal.

Menú de creación y manipulación de objetos.

**Figura 2**

*Menú principal y menú de creación*



*Nota.*Elaboración propia.

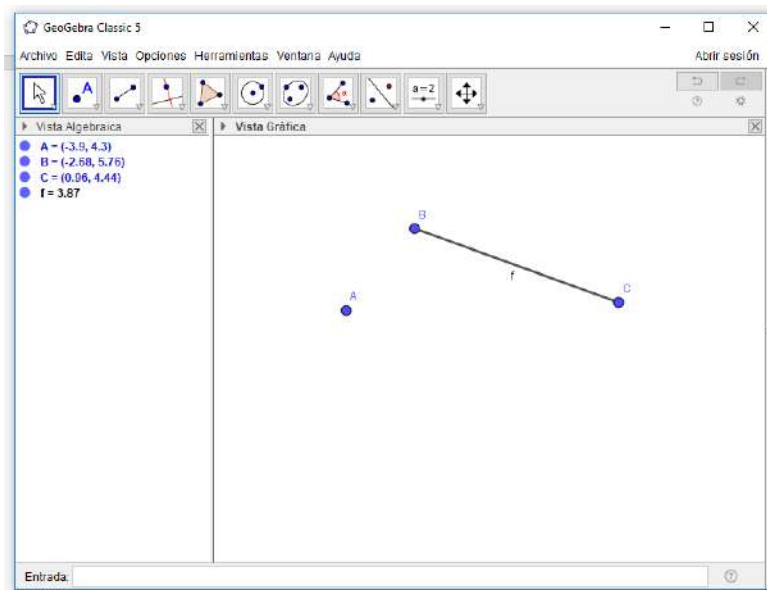
Tiempo aproximado: 10 minutos.

#### Actividad 4

Conocer las diversas propiedades de algunos de los objetos que se pueden crear en *GeoGebra*

**Figura 3**

*Punto y segmento en ambiente de trabajo de GeoGebra*



*Nota.* Elaboración propia.

Además, representar un punto. Cambiarle el tamaño, el color, el nombre y determinar las coordenadas.

Trazar un segmento. Cambiarle el tamaño, el color, el nombre y determinar su longitud.

Tiempo aproximado: 5 minutos.

### **Actividad 5**

Construir un segmento de 2 cm de longitud. Denotar sus puntos extremos con las letras A y B respectivamente.

Trazar una recta perpendicular al segmento que pase por el punto A. Luego sobre la perpendicular destaque un punto y denótelo con la letra C.

Manipule libremente el punto denotado por B. Luego trace el segmento BC.

Determine la medida de los tres ángulos internos del triángulo ABC. Ajustar los decimales con los cuales se desea brindar la medida de dichos ángulos internos.

De acuerdo con la medida de los ángulos internos del triángulo ¿Qué nombre recibe?

Determine la medida de los lados de triángulo ABC

De acuerdo con la medida de los lados ¿Qué nombre recibe?

Tiempo aproximado: 15 minutos.

### **Actividad 6**

Construir un triángulo escaleno obtusángulo. Trazar las bisectrices y denotar el incentro con la letra "R".

Tiempo aproximado: 5 minutos.

### **Actividad 7**

Realizar las construcciones que se requieren en los ítems construidos en la **actividad 3** de la primera parte del taller.

Tiempo aproximado: 5 minutos.

---

## **Actividades optativas**

### **Actividad 8**

Construir un triángulo isósceles. Trazar las medianas y trazar la circunferencia circunscrita en dicho triángulo.

### Actividad 9

Construir un triángulo equilátero. Trazar las alturas y determinar el área de la región triangular generada.

Verificar que el área satisface que  $A = \frac{b \cdot a}{2}$  donde “b” es la medida de uno de los lados y “a” es la medida de la altura trazada sobre dicho lado.

### Actividad 10

Construir un cuadrado y determinar el valor del perímetro.

Construir un rectángulo (que no sea cuadrado) y determinar el valor del área.

### Actividad 11

Construir un pentágono, hexágono y un octógono.

### Actividad 12

Construir un pentágono regular, un hexágono regular y un dodecágono regular.

### Actividad 13

Construir un cubo.

### Referencias bibliográficas

American Educational Research Association, American Psychological Association y National Council Measurement in Education. (2018). *Estándares para Pruebas Educativas y Psicológicas*. (M. Lives, Trans). American Educational Research Association.

Fernández, F. (23 de febrero, 2018). *La evaluación y su importancia en la educación* [blog]. <https://educacion.nexos.com.mx/?p=1016>

Geogebra. (2020). *Geogebra- Aplicaciones matemáticas* [Sitio Web]. <https://www.geogebra.org/>

Martínez, R. (2005). *Psicometría: Teoría de los tests psicológicos y educativos*. Editorial Síntesis.

Martínez, F. (2008). El dossier de aprendizaje: Técnica de evaluación alternativa. *Cuaderno de docencia universitaria*, (3). <https://www3.uji.es/~betoret/Formacion/Evaluacion/Documentacion/Cuaderno%20Octaedro%203%20ICE-UB%20La%20evaluacion%20alternativa%20de%20los%20aprendizajes.pdf>

Meneses, J., Barrios, M., Bonillo, A., Cosculluela, A., Lozano, L., Turnaby, J. y Valero, S. (2013). *Psicometría*. Editorial UOC.

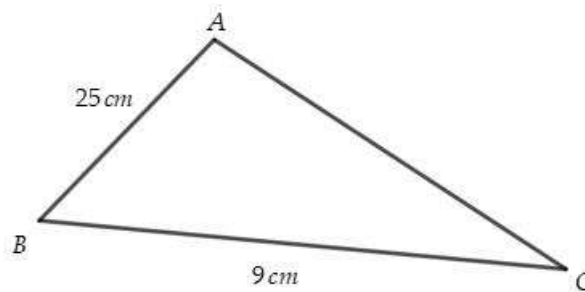
Ministerio de Educación Pública (2011). *La prueba escrita*.  
file:///C:/Users/estib/Dropbox/Personal/Evaluaci%C3%B3n%20y%20pedagog%C3%ADa/MEP  
/la\_prueba\_escrita\_2011.pdf.

## Anexos

### Anexo 1. Ejercicios por analizar en la actividad 2<sup>1</sup>

1. Considere la siguiente figura en la cual se muestra el  $\triangle ABC$ , si  $\overline{AC} \cong \overline{AB}$ .

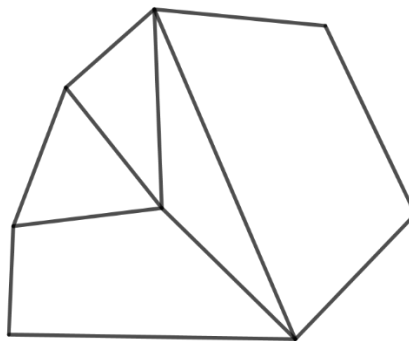
Nota: es importante considerar que la figura no está hecha a escala.



De acuerdo con los datos en la figura, el perímetro de dicho triángulo corresponde a

- ( ) 59 cm.
- ( ) 43 cm.
- ( ) 43 cm<sup>2</sup>.
- ( ) 59 cm<sup>2</sup>.

2. Considere la siguiente figura.



Realice lo que se le indica a continuación.

Valor total 7 puntos. Un punto cada acierto.

---

<sup>1</sup> Observación: debe considerarse que todos los ejercicios propuestos para esta actividad 2, tienen errores voluntarios o intencionados con el fin de realizar el análisis propio de la actividad, errores que van desde la redacción, el formalismo y el contenido, entre otros.

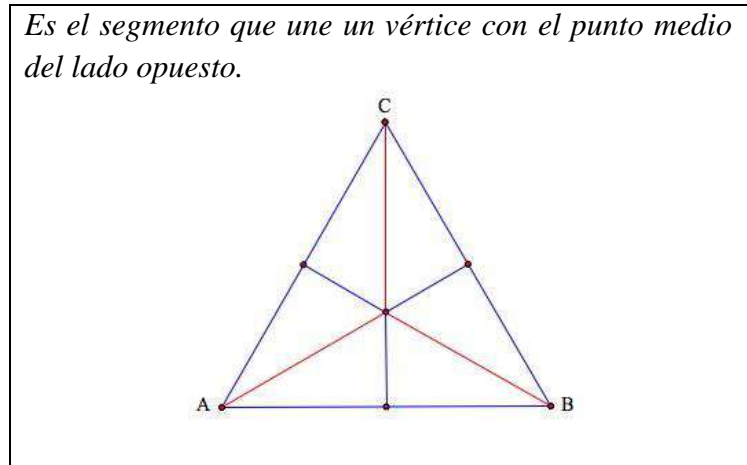
¿Cuál es su nombre? \_\_\_\_\_

Coloree con azul cuatro triángulos.

Coloree con verde un cuadrilátero.

Coloree con rojo un pentágono

3. Considere el siguiente texto y la figura



El texto dado hace referencia a la definición de:

- Mediatriz.
- Mediana.
- Altura.
- Ninguna de las anteriores.

3. Juan tiene una empresa destinada a la venta de chocolates, la cual se ha destacado por diseñarlos de diversas formas y tamaños. Para cierta actividad una empresa le solicitó que le vendiera 5 000 chocolates y han seleccionado uno que tiene forma de un pentágono regular cuyas dimensiones son: lado de la base 5 cm, apotema de la base 3 cm y altura 4 cm. Con base en dicha información diseñe una estrategia que permita

- a) Determinar la cantidad de materia prima (chocolate) que deberá preparar la empresa.  
Valor 3 puntos
- b) Saber cuánto deberá pagar la empresa a Juan por los chocolates encargados, si cada chocolate tiene un valor de 200 colones.  
Valor 5 puntos

## Etnomodelación: La Modelación en la Cultura

Daniel Clark Orey

Universidad Federal de Ouro Preto, Brasil

oreydc@ufop.edu.br

Milton Rosa

Universidad Federal de Ouro Preto, Brasil

miltonrosa@ufop.edu.br

**Resumen:** La realidad vivida por los miembros de grupos culturales distintos puede ser percibido como siendo un conjunto de experiencias que están presentes en sus vidas cotidianas, cuyas representaciones son generadas, vía inferencias, con la utilización de concepciones mentales a través de la etnomodelación. La propuesta de la etnomodelación puede ser interpretada como una acción pedagógica que permite reconocer y presentar los conocimientos matemáticos presentes en la vida diaria de los alumnos en situaciones didácticas motivadoras. La etnomodelación busca proporcionar la conexión de las prácticas matemáticas locales con los procedimientos matemáticos usados en otros sistemas de conocimientos matemáticos, como, por ejemplo, el escolar o académico, en una resignificación del conocimiento matemático por medio de la etnomodelación.

**Palabras clave:** Cultura, Etnomodelación, Modelación

### 1. Consideraciones Iniciales

Históricamente, el desarrollo de las matemáticas estuvo relacionado con la resolución de problemas diarios y también con la tentativa de modelar los acontecimientos cotidianos por medio de modelos explicativos e interpretativos de esas situaciones. Según este contexto, la etnomodelación puede ser considerado como un sitio de investigación y una tendencia pedagógica porque: a) puede ser utilizada en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en todos los niveles de la educación y b) que contribuye para el desarrollo de la reflexión crítica de los alumnos, ampliando su autonomía para la resolución de situaciones-problemas enfrentadas en el cotidiano.

Entonces, es importante que el trabajo en etnomodelación sea direccionado para que los alumnos: a) entiendan el significado de las situaciones problemas presentadas, b) comprendan el conocimiento matemático como una herramienta para la comprensión de la resolución de los problemas que surgen en el día a día, c) se den cuenta de que las metodologías utilizadas en la modelación han contribuido para el exceso de formalismo en el lenguaje matemático, valorizando la formalización de sus contenidos matemáticos en detrimento de sus conexiones con el cotidiano y otras áreas del conocimiento.

Las dimensiones social y cultural de la etnomodelación son importante para proporcionar reflexiones críticas sobre el papel de la elaboración de *modelos* para la resolución de situaciones problemas que aquejan las comunidades globales y locales. Estos modelos son representaciones de sistemas de conocimientos matemáticos que ayudan a los miembros de grupos culturales distintos en el entendimiento y en la apropiación de la realidad mediante el

uso de pequeñas unidades de información, denominadas *etnomodelos*, que vinculan el patrimonio cultural de estos miembros con la evolución de procedimientos y prácticas matemáticas que son desarrolladas en su propio contexto cultural (Rosa y Orey, 2017a).

Así, la investigación sobre estas dimensiones ha definido sus objetivos por medio del establecimiento de la naturaleza y potencialidad de sus métodos de pesquisa e investigación. En estas dimensiones, la combinación de la teoría y la práctica auxilia a los alumnos en el entendimiento de los sistemas retirados de la realidad para adquirir las herramientas necesarias para que puedan ejercer la ciudadanía y participar activamente de la sociedad y de sus comunidades. Por consiguiente, Rosa y Orey (2017b) argumentan que los principales objetivos de estas dimensiones son:

Proporcionar a los estudiantes las herramientas educativas necesarias para que, como ciudadanos en formación, sean capaces de actuar, modificar, cambiar y transformar la propia realidad.

Iniciar el aprendizaje en matemáticas a partir del contexto sociocultural de los alumnos, proporcionándoles el desarrollo del raciocinio lógico y de la creatividad.

Facilitar el aprendizaje de ideas, procedimientos, conceptos, y prácticas que ayuden a los alumnos a desarrollar el conocimiento matemático para que puedan comprender los contextos social, económico, político, ambiental, histórico y cultural en los cuales están inseridos.

La aplicación de las dimensiones social y cultural de la etnomodelación se basa en la comprensión y el entendimiento de la realidad en la que los estudiantes se colocan a través de la reflexión, el análisis y la acción crítica sobre esa realidad. Por ejemplo, cuando prestamos de la realidad los sistemas que existen dentro de ella, los alumnos comienzan a estudiarlos simbólicamente, sistemáticamente, analíticamente y críticamente. En ese caso, partiendo de una determinada situación problema, los alumnos pueden elaborar hipótesis, probarlas, corregirlas, hacer inferencias, generalizar, analizar, concluir y tomar decisiones sobre el objeto de estudio que están relacionados con las actividades realizadas en sus vidas diarias (D'Ambrosio, 1990).

Todavía, para que se produzca el conocimiento matemático, es importante que la etnomodelación sea concebida como un entorno de aprendizaje en el que los estudiantes investiguen situaciones provenientes de la realidad y de sus comunidades locales. En ese entorno, se destaca la importancia de incluir las situaciones provenientes del cotidiano y de otras áreas del conocimiento. Eso permite a los alumnos intervenir en la propia realidad con la obtención de una representación social y cultural del conocimiento matemático que está relacionado con la situación estudiada por medio de debates críticos y reflexivos en la elaboración y comprensión de los etnomodelos.

## **2. Las etnomatemáticas y la modelación**

Las etnomatemáticas ofrecen una visión más amplia del conocimiento matemático, pues abarca las ideas, nociones, procedimientos, procesos, métodos y prácticas arraigadas en



entornos culturales distintos. Para Rosa y Orey (2017a) es importante el desarrollo de la reflexión crítica sobre las dimensiones sociales, culturales, ambientales, económicas y políticas de las matemáticas en una *sociedad dinámica y globalizada*.

La propuesta del programa etnomatemáticas es hacer de las matemáticas algo vivo, que trabaje con situaciones reales, en el tiempo y en el espacio, por medio de análisis, cuestionamientos y críticas sobre los fenómenos presentes en la vida diaria (D'Ambrosio, 1990). La aplicación de las técnicas etnomatemáticas y las de herramientas de la modelación nos permiten examinar sistemas tomados de la realidad y nos dan una idea de las variadas formas de hacer matemáticas de una manera holística (Bassanezi, 2002).

En ese contexto, Rosa y Orey (2017a) destacan que las etnomatemáticas se relacionan con el estudio de las ideas y procedimientos matemáticos que consideran el contexto cultural en el cual las nociones y prácticas matemáticas emergen a través de la *matematización* de prácticas matemáticas locales. La *matematización* está relacionada con los sistemas de conocimiento que están relacionados con la cotidianidad de los miembros de cada grupo cultural y que pueden ser *matematizados* y traducidos al lenguaje de las matemáticas escolares y académicas.

La utilización de la *matematización* que está presente en la cotidianidad de los miembros de grupos culturales distintos tiene por objetivo la ampliación y el perfeccionamiento del conocimiento matemático, pues conduce al fortalecimiento de su identidad cultural. La modelación es una de las posibles estrategias que posibilitan la aproximación y la relación entre los saberes y haceres entre sistemas matemáticos distintos.

Para Rosa y Orey (2003), la modelación puede ser percibida como un conjunto de representaciones de la realidad que son generadas, vía inferencias, con la utilización de representaciones mentales que permiten valorar y respetar el conocimiento etnomatemático presentes en situaciones cotidianas. Este enfoque contextualiza el conocimiento matemático desarrollado localmente, ya que estudia los fenómenos matemáticos que se dan en diversos contextos culturales (globales).

Así, el conocimiento matemático puede ser entendido como resultante de orígenes locales (émicas) más que globales (éticas) que permiten la proposición de *actos de traducción* entre esas dos perspectivas (Eglash et al, 2006). Este enfoque parece ser razonable, ya que las etnomatemáticas a menudo hace uso de la modelación a fin de establecer relaciones entre los marcos conceptuales locales y los conocimientos matemáticos incluido en los diseños globales.

De ese modo, las ideas, procedimientos y prácticas matemáticas incluyen los principios geométricos en trabajo artesanal, conceptos arquitectónicos y prácticas, son encontradas en actividades y artefactos de culturas locales y globales que pueden ser traducidas entre sistemas de conocimientos matemáticos distintos. Consecuentemente, este conocimiento está relacionado con una postura glocal, desde una visión pluricultural, por medio del dinamismo cultural entre los miembros de grupos culturales distintos.

### 3. Etnomodelación

Es importante la búsqueda de enfoques metodológicos y pedagógicos alternativos para registrar formas históricas de ideas y procedimientos matemáticos locales que se dan en diferentes contextos culturales porque las prácticas matemáticas occidentales son aceptadas a nivel mundial sin discusiones y cómo verdades únicas. Así, el desarrollo del pensamiento matemático local debe ser documentado como parte del estudio del progreso científico de las id prácticas matemáticas efectuadas por los miembros de grupos culturales distintos.

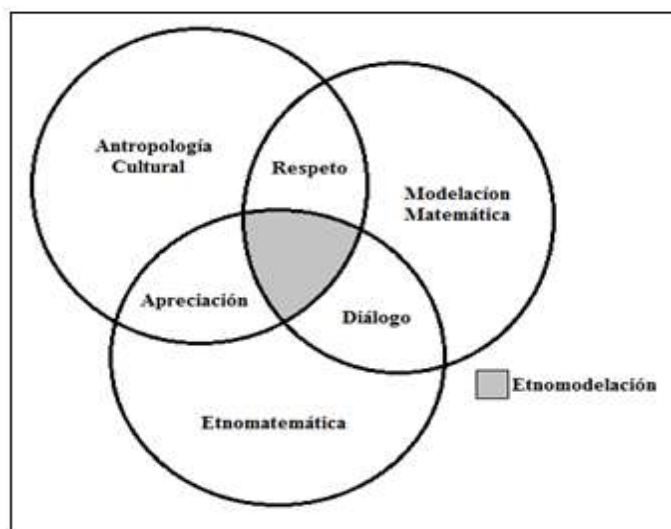
Según Rosa y Orey (2017b), una opción de enfoque alternativo es la etnomodelación que agrega las perspectivas culturales a los conceptos de la modelación. Estos conceptos están relacionados con la medición, el cálculo, los juegos, la adivinación, la navegación, la astronomía, la modelación y en una amplia variedad de otros procedimientos matemáticos, así como como en artefactos culturales. Este enfoque representa un proceso de traducción y elaboración de los problemas y preguntas tomados de los fenómenos diarios y también de la vida cotidiana.

Por ejemplo, Orey y Rosa (2017b) afirman que es esencial mostrar que la Etnomodelación incluye ideas, nociones, procedimientos, técnicas, estrategias, perspectivas y prácticas matemáticas desarrolladas por miembros en culturas distintas y que son manifestadas y transmitidas de diversos modos. La etnomodelación ofrece a los investigadores y educadores un marco importante para transformar las matemáticas en un conocimiento activo y contextualizado a través de la perspectiva cultural de la modelación.

Este contexto posibilitó el desarrollo de una comprensión de la etnomodelación como la traducción de los procedimientos matemáticos locales y de las prácticas matemáticas. En ese sentido, la traducción puede ser considerada como la descripción de los procesos de modelación de sistemas locales (culturales), los cuales pueden tener una representación en otros sistemas alternativos del conocimiento matemático. Entonces, la etnomodelación se configura como un elemento esencial en el ámbito de la antropología cultural, las etnomatemáticas y la modelación matemática. La figura 1 muestra la intersección entre estos tres campos de estudio.

## Figura 1

*Etnomodelación como la intersección entre tres campos de conocimiento*



*Nota.* Recuperado de Rosa y Orey (2012)

De acuerdo con Rosa y Orey (2017b), es importante observar que la traducción es considerada como la descripción de los procesos de modelación de sistemas locales (culturales) pueden tener una representación matemática en la cultura occidental y viceversa a través de la Etnomodelación por medio de tres tipos de visiones culturales del conocimiento matemático: local (émico), global (ético) y glocal (dialógico).

### a) Conocimiento Matemático Local (Émico)

El conocimiento matemático émico está relacionado con los saberes y haceres provenientes de los miembros del propio grupo cultural, pues se origina desde dentro de la cultura en una visión interior de acuerdo con una postura intracultural (Rosa y Orey (2017b). Por ejemplo, la interculturalidad promueve la recuperación, fortalecimiento, desarrollo y cohesión al interior de las culturas locales para la consolidación de una sociedad pluricultural basada en la equidad, solidaridad, complementariedad, reciprocidad y justicia social. Así, el currículo escolar debe incorporar los saberes y conocimientos de las cosmovisiones de los grupos culturales locales en sus prácticas educativas (Saaresranta, 2011).

El análisis del conocimiento interno es émico si las ideas, procedimientos y prácticas matemáticas son exclusivas de culturas que tienen sus raíces en las diversas formas en que las actividades diarias se llevan a cabo en un entorno cultural específico. Este conocimiento está de acuerdo con las percepciones e interpretaciones consideradas apropiadas por tales culturas desde dentro. Está relacionado con las cuentas, descripciones y análisis expresados en términos de las categorías y esquemas conceptuales que son considerados significativos y apropiados por los miembros de grupos culturales distintos (Rosa y Orey, 2012).

La validación de este conocimiento trae consigo una cuestión de consenso de la población local que debe estar de acuerdo con que sus constructos coincidan con las percepciones compartidas que retratan las características de su cultura (Rosa y Orey, 2017b). El conocimiento matemático émico se orienta de nosotros hacia nosotros con la perspectiva de los nativos, que es una visión desde dentro, interior y local.

#### b) Conocimiento Matemático Global (Ético)

El conocimiento matemático ético está relacionado con los saberes y quehaceres provenientes de los observadores externos a la cultura, que se originan desde fuera del grupo cultural en una visión exterior sobre sus miembros en una postura intercultural (Rosa y Orey, 2017b). La interculturalidad promueve el desarrollo de la interrelación e interacción de conocimientos, saberes, ciencia y tecnología propios de cada cultura con otras culturas, que fortalece la identidad propia y la interacción en igualdad de condiciones entre todas las culturas locales con los grupos culturales globales (Saaresranta, 2011).

En el currículo del sistema educativo se promueven las prácticas de interacción entre diferentes culturas desarrollando actitudes de valoración, convivencia y diálogo entre distintas visiones del mundo para proyectar y universalizar la sabiduría propia y local (Saaresranta, 2011). Así, las ideas y procedimientos matemáticos son éticos si pueden ser comparados entre culturas a través del uso de definiciones y métricas comunes. Este conocimiento se relaciona con las cuentas, descripciones y análisis de los procedimientos y prácticas matemáticas expresadas en términos de las categorías consideradas apropiadas por observadores externos (Rosa y Orey, 2012).

El conocimiento matemático ético es preciso, lógico, replicable e independiente de los observadores externos y su validación es una cuestión de análisis lógico y empírico; en particular, de que la construcción de ese conocimiento cumple con los estándares de integralidad y consistencia lógica (Rosa y Orey, 2017b). El conocimiento ético se orienta de ellos (investigadores y educadores) hacia nosotros con una perspectiva de los observadores externos, que es una visión desde fuera, exterior y global.

#### c) Conocimiento Matemático Global (Dialógico)

Este conocimiento presenta un dinamismo cultural entre los conocimientos matemáticos émico y ético, que está representado por los encuentros entre dos o más culturas diversas en las aulas. Así, el conocimiento matemático de los miembros de grupos culturales distintos se combina con el sistema de conocimiento matemático occidental que resulta en una perspectiva dialógica en Educación Matemática. Este conocimiento incluye el reconocimiento de otras epistemologías y de la naturaleza holística e integrada del conocimiento matemático de los miembros de diversos grupos que se encuentran en contextos culturales distintos (Rosa y Orey, 2017b).

Este enfoque puede garantizar el desarrollo de la comprensión de las diferentes maneras de hacer las matemáticas mediante diálogo y respeto mutuos entre los enfoques globales y locales a través de la *glocalización*, que puede enriquecer las temáticas novedosas para los

estudiantes y les muestra como las aplicaciones matemáticas pueden encontrarse en muchas áreas de la ciencia, de los negocios, de la vida cotidiana y en las diversas prácticas culturales (Rosa y Orey, 2017a).

En ese sentido, la glocalización (*global+local*) es un abordaje dialógico que considera la interacción entre los conocimientos matemáticos *locales* (desde dentro/émicos/*insiders*) y globales (desde fuera/éticos/*outsiders*). Este enfoque también está relacionado con la aceleración e intensificación de la interacción e integración entre los miembros de grupos culturales distintos que componen la sociedad (Rosa y Orey, 2017b).

De acuerdo con ese contexto, es necesario ampliar la discusión de las posibilidades para la inclusión de las perspectivas de la Etnodelación que valoran y den voz a la diversidad social y cultural de los miembros de grupos culturales distintos y, de este modo, desarrollar una comprensión de sus diferencias a través del diálogo y el respeto. Consecuentemente, las políticas educativas reclaman que en el trabajo pedagógico en las instituciones educativas sean incluidos los artefactos, mentefactos y sociofactos, que son indicadores descriptivos de las culturas para enriquecer la diversidad del conocimiento matemático de los miembros de grupos culturales distintos.

#### 4. Indicadores Descriptivos Culturales

De acuerdo con Huxley (1955), biólogo inglés y primer director de la UNESCO, acuñó el concepto de mentefactos para expresar los sistemas abstractos de creencias, valores e ideas que se manejan en las culturas. De acuerdo con él, consideramos que hay tres indicadores descriptivos que son componentes esenciales de todas las culturas: artefactos, mentefactos y sociofactos, elementos que forman parte del patrimonio cultural y que se han organizado históricamente por la humanidad.

##### a) *Artefactos*

Los artefactos son objetos culturales que proporcionan las herramientas materiales necesarias para el desarrollo de vestimentas, abrigos, defensas y transportes. Consecuentemente, estos artefactos auxilian a los miembros de grupos culturales distintos en la resolución de los problemas diarios, con la utilización de técnicas y estrategias matemáticas (Rosa y Orey, 2017a). Los *artefactos* son considerados como herramientas, aparatos e *instrumentos de observación*. Los artefactos son confeccionados con el empleo del conocimiento matemático local a través del uso de materiales distintos desarrollados en contextos diversos (D'Ambrosio, 2001).

Los artefactos pueden ser considerados como mercancías culturales que incluyen la tecnología material desarrollada por los miembros de un grupo cultural que satisfacen sus necesidades básicas de alimento, cobijo, transporte y similares (D'Ambrosio, 2001). Consecuentemente, los artefactos también están relacionados con las manifestaciones técnicas y materiales de una determinada cultura, como, por ejemplo, los sistemas de tratamiento de la tierra, las herramientas utilizadas y la organización de la producción agrícola.

### b) *Mentefactos*

Los mentefactos son las ideas, los valores y creencias compartidos de generación en generación como, por ejemplo, la religión, la lengua, las leyes y los puntos de vista. Estos indicadores son los elementos centrales y más duraderos de las culturas, pues incluyen lo mítico, los mitos, las tradiciones artísticas y el folclore (Huxley, 1955). El lenguaje matemático y científico, los conocimientos desarrollados y difundidos por los miembros de grupos culturales distintos también son considerados mentefactos.

Para Rosa y Orey (2017b), los mentefactos se relacionan con las nociones de género, valores, ideales, cultura, libertad, creencias, democracia, religión, colectivismo, individualismo, derechos y deberes sociales; y también informan a los miembros de grupos culturales distintos para que se organicen de acuerdo con su propio sistema de explicaciones científicas y matemáticas, creencias y tradiciones, pues se relacionan con la capacidad humana de pensar y formular ideas, y conforman los ideales y las imágenes por los que se miden otros aspectos culturales.

De acuerdo con D'Ambrosio (2001), los mentefactos son los sistemas de conocimiento que se expresan en formas diversas de comunicación que componen la base del proceso de socialización de esos miembros. Los conceptos y las teorías que componen los *mentefactos* se denominan *instrumentos de análisis*.

### c) *Sociofactos*

Los sociofactos son las estructuras y organizaciones de una determinada cultura que influyen el comportamiento social y el desarrollo de *saberes* y *haceres* científicos y matemáticos de sus miembros y que incluyen aspectos de las culturas que se relacionan con vínculos entre individuos y grupos (Rosa y Orey, 2017b). Así, estas estructuras son consideradas como las interacciones entre las personas, la estructura de las instituciones, las normas sociales, las instituciones gubernamentales, la estructura de la educación y las instituciones políticas.

Por consiguiente, para Huxley (1955), los sociofactos incluyen la convivencia en las familias, en los gobiernos, en los sistemas educativos, en las organizaciones deportivas, en los grupos religiosos y en cualquier otra agrupación destinada a desarrollar actividades socioculturales específicas, pues son los aspectos relacionados con la organización social, con los vínculos entre los individuos y los grupos sociales como, por ejemplo, las estructuras familiares, los parentescos, los comportamientos reproductivos y sexuales.

Para D'Ambrosio (2001), los sociofactos incluyen sistemas políticos y educativos porque son los patrones esperados y aceptados por las relaciones interpersonales que están relacionadas con los aspectos económico, político, militar y religioso. En ese contexto, Rosa (2010) sostiene que estos indicadores descriptivos culturales están presentes en la vida cotidiana de los miembros de grupos culturales distintos, ayudándolos a ampliar y el perfeccionar sus conocimientos matemáticos porque proponen el fortalecimiento de sus identidades culturales.

Para Rosa y Orey (2017a), esta perspectiva proporciona el equilibrio necesario al currículo escolar, pues al insertar estos componentes en el currículo matemático, concebimos la etnomodelación como un programa que está basado en un paradigma que busca la humanización de las matemáticas por medio de un abordaje filosófico y contextualizado del currículo matemático.

### **5. Consideraciones Finales**

Es importante buscar enfoques metodológicos alternativos, mientras las prácticas matemáticas occidentales sean aceptadas a nivel mundial, para registrar formas históricas de ideas y procedimientos matemáticos que se dan en diferentes contextos culturales. Un enfoque pedagógico alternativo es el de la Etnomodelación, que agrega la perspectiva cultural a los conceptos de la modelación matemática (Rosa y Orey, 2010).

Es esencial mostrar que la etnomodelación incluye ideas, perspectivas y prácticas matemáticas de individuos en diferentes culturas y que estas ideas son manifestadas y transmitidas de diversos modos. Así, el desarrollo de la etnomodelación debe ser documentado como parte del estudio del progreso científico de las ideas y las prácticas matemáticas efectuadas por los miembros de grupos culturales distintos. La Etnomodelación ofrece a los educadores un marco importante para transformar las matemáticas en un conocimiento más activo para contribuir en la realización de una sociedad más humana y justa. El objetivo principal de la etnomodelación es desarrollar una herramienta poderosa para ayudar a los miembros de grupos culturales distintos a crear una sociedad definida por la dignidad para todos y donde iniquidad, arrogancia, violencia e intolerancia no tengan lugar. Es necesario ampliar la discusión de las posibilidades pedagógicas para poder incluir una perspectiva cultural de las matemáticas que respete la diversidad social de los miembros de distintos grupos culturales distintos. Un enfoque que garantice el desarrollo de la comprensión de las diferentes maneras de hacer las matemáticas mediante diálogo y respeto mutuos entre los enfoques locales y globales a través de la glocalización. En este contexto, es necesario mostrar a los estudiantes que pertenecen a culturas con baja representación social la contribución que dan al desarrollo del pensamiento matemático. Enseñar a los estudiantes que pertenecen a culturas mayoritarias diferentes grupos culturales, promoviéndoles el respeto por la diversidad y contribuyendo a la *educación glocal* (Rosa y Orey, 2017a).

Por ejemplo, la *glocalización (global+local)* enriquece las temáticas novedosas para los estudiantes y les muestra como las aplicaciones matemáticas pueden encontrarse en muchas áreas de la ciencia, de los negocios, de la vida cotidiana y en las diversas prácticas culturales. En ese sentido, Rosa y Orey (2017b) afirman que la glocalización es un abordaje dialógico que considera la interacción entre los conocimientos matemáticos *locales* (desde dentro/émicos/*insiders*) y globales (desde fuera/éticos/*outsiders*). Este enfoque también está relacionado con la aceleración e intensificación de la interacción e integración entre los miembros de grupos culturales distintos que componen la sociedad. El trabajo pedagógico

así orientado permite un análisis más amplio del contexto escolar, pues las prácticas pedagógicas trascienden el espacio físico y pasan a acoger los *saberes* y *haceres* presentes en todo el contexto sociocultural de los alumnos.

Para terminar, la aplicación de la etnomodelación nos brinda la oportunidad de examinar los sistemas de conocimientos locales (émicos) y globales (éticos) para tener una idea de las formas de las matemáticas utilizadas en diversos contextos y grupos culturales. De ese modo, la perspectiva global (ética) juega un papel importante en la investigación en la etnomodelación, sin embargo, la perspectiva local (émica) debe tenerse en cuenta, también, en el desarrollo de este proceso. Así, el conocimiento matemático de los miembros de grupos culturales distintos, que se combina con otros sistemas de conocimientos matemáticos, resulta en una perspectiva dialógica en la Educación Matemática a través del dinamismo cultural.

### Referencias bibliográficas

- Bassanezi, R. C. (2002) *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática*. Contexto.
- D'Ambrosio, U. (1990). *Etnomatemática*. Ática.
- D'Ambrosio, U. (2001). *Etnomatemática: elo entre as tradições e a modernidade*. Autêntica.
- Eglash, R. (2006). Culturally situated designed tools: ethnocomputing from field site to classroom. *American Anthropologist*, 108(2), 347-362.
- Huxley, J. S. (1955). Evolution, cultural and biological, en W. L. Thomas Jr. (Ed.), *Yearbook of Anthropology* (pp. 2–25). University of Chicago Press.
- Rosa, M. (2010). *A mixed-method study to understand the perceptions of high school leaders about English language Learners (ELLs): the case of mathematics* [Doctorate Dissertation, California State University]. CSUS.
- Rosa, M. y Orey, D. C. (2003). Vinho e queijo: etnomatemática e modelagem! *BOLEMA*, 16(20), 1-16.
- Rosa, M. y Orey, D. C. (2010). *Ethnomodeling: an ethnomathematical holistic tool*. *Academic Exchange Quarterly*, 14(3), 191-195.
- Rosa, M.; Orey, D. C. (2012). O campo de pesquisa em etnomodelagem: as abordagens êmica, ética e dialética. *Educação e Pesquisa*, 38(4), 865-879.
- Rosa, M. y Orey, D. C. (2017a). *Influências etnomatemáticas em salas de aula: caminhando para a ação pedagógica*. Appris.



Rosa, M. y Orey, D. C. (2017b). *Etnomodelagem: a arte de traduzir práticas matemáticas locais*. Livraria da Física.

Saaresranta, T. (2011). Perspectivas hacia una educación intracultural en el contexto indígena originario campesino. *Tinkazos*, 14(30), 127-143.

## Herramientas 2.0 “Algunas opciones para sumar a nuestras clases”

Ph.D. Carlos L. Chanto Espinoza

Universidad Nacional de Costa Rica

carlos.chanto.espinoza@una.cr

Msc. Marlene Durán López

Universidad Nacional de Costa Rica

marlene.duran.lopez@una.cr

**Resumen:** Cada vez más docentes están utilizando herramientas como blogs, wikis y podcasts, como nueva forma de enseñar. De ahí la importancia de la exposición, que busca incitar la innovación y la participación, capacitar y motivar a sus copartícipes, e instaurar una diferencia en su proceso de enseñanza y aprendizaje. La implementación de las TIC supone un cambio en las metodologías que se han implementado hace muchos años donde la relación entre el profesor y el educando es vertical, el primero está a cargo del conocimiento y por el cual aún hay profesionales que no quieren abandonar esta posición, en cambio las TIC permiten la participación del alumno dando como resultado un ambiente más interactivo.

Los profesores son clave en la implementación de las TIC, son los responsables de desarrollar diferentes estrategias que sean atractivas y motivantes para sus alumnos, estos últimos por su parte reconocen el uso de las tecnologías de información y comunicación como una herramienta educativa y no como una forma en la cual puedan distraerse.

También con el establecimiento de estas metodologías supone una gran ventaja porque desarrolla nuevas habilidades, nuevos escenarios por conocer que representan un reto, además de que el estudiante esté preparado para cuando inicie su etapa laboral, donde todos esos aprendizajes se ponen en práctica y se verifica la calidad del proceso educativo

**Palabras clave:** Herramientas, Conocimiento, TIC, Desafíos, Educación, Brecha digital.

### 1. Introducción

Vivimos en una época en donde la utilización de las Tecnologías de Información y Comunicación denominadas TIC, están creciendo de tal forma que van cambiando el mundo que conocemos. Hoy en día es normal ver que algunos procesos que antes requerían de largas filas y visitas a oficinas se reducen a unos cuantos clics y una conexión a internet.

Esta revolución de la era digital no se ha quedado exenta al sector educativo, ya que cada vez es más común ver que muchos centros de educación opten por dar cursos virtuales en casi un 100 por ciento en su modalidad de aprendizaje.

La educación a distancia es por su naturaleza una de las principales candidatas al cambio de la digitalización de la educación, y esto se evidencia en las universidades que brindan servicios a distancia por medio de múltiples herramientas digitales y plataformas educativas.

Este paradigma rompe con el esquema tradicional de educación y aprendizaje, en donde los alumnos tienen que trasladarse desde lugares remotos a centros universitarios para recibir clases, ya que las plataformas virtuales educativas brindan toda una gama de herramientas

que les permiten tanto a formadores como educandos llevar a cabo el proceso de aprendizaje de una manera dinámica e interactiva.

Una de las primordiales características de la educación virtual o a distancia, es su capacidad para cubrir una demanda mucho mayor de educandos que si se llevara de manera presencial. Ya que con ayuda de las TIC, tienen capacidad de llenar aulas virtuales con grandes capacidades de alumnos en comparación con las aulas físicas.

## **2. El marco de las TIC en el salón de clases**

En la actualidad el mercado laboral está cada día más exigente en la preparación académica de las personas, esto debido a las diferentes exigencias de las empresas, las cuales solicitan múltiples habilidades blandas, sumadas los diferentes técnicos, grados universitarios, sin mencionar el manejo de alguna segunda lengua.

La falta de empleo a raíz de la poca preparación de la población hace que las personas busquen diferentes métodos de estudios, que los certifiquen en sus distintas áreas para tener un respaldo ante un extenso mercado laboral. Es aquí donde las TIC han ido evolucionando junto con la docencia, ofreciendo herramientas para mejorar la captación de la información, brindando material didáctico más dinámico y efectivo e interactivo.

Según Hernández (2011) "... las TIC hacen referencia: Al conjunto de recursos necesarios para tratar información procesada por los ordenadores y dispositivos electrónicos, aplicaciones informáticas y redes necesarias para convertirla, almacenarla, administrarla y transmitirla". (párr.3)

Al analizar el concepto anteriormente citado, podemos asumir que las tecnologías de información abarcan desde simples tareas domésticas hasta los más complejos sistemas informáticos. La importancia que conllevan las TIC para las micro y gigantes empresas es significativa por la versatilidad y utilidad que este tipo de tecnologías les brinda en pro de un mejor rendimiento y eficiencia de estas.

Las tecnologías de información les ofrecen a los estudiantes una amplia gama de recursos que son actualizados de manera constante, que pueden ser utilizados y aplicados a su desarrollo académico, conlleva muchos beneficios como obtener o acceder a información amplia y variada de cualquier tema en específico en cualquier lugar en que se encuentre el estudiante, sin limitaciones geográficas o de tiempo; así lo menciona Almenara (2007), "... uno de los efectos más importantes y significativos de las TIC en el ámbito educativo, es la posibilidad que nos ofrecen para flexibilizar el tiempo y el espacio en que se desarrolla la acción educativa". (p. 15)

En los últimos años la tecnología ha evolucionado, alcanzando niveles muy altos en la utilización de las TIC en las universidades. El conversar sobre docencia y la incorporación de las TIC al marco de la ejecución de enseñanza aprendizaje. No existe incertidumbre de que las tecnologías están transformando de manera fundamental nuestra forma de vivir.

La educación como tal, está compuesta de distintos factores: el docente encargado de impartir la materia y la enseñanza, los recursos teóricos y didácticos, y el medio para evaluar el aprendizaje. Según lo establece el Programa de producción Multimedia, (2016) “Se debe aprovechar todo el potencial que ofrecen las tecnologías, para así establecer y fortalecer comunidades o redes virtuales de aprendizaje donde el profesor y el estudiante interactúen” (párr.7)

Según lo establecen Vlasova et al (2019), “Podemos definir parte del concepto de la tecnología en la educación como; desarrollo de nuevos programas de disciplinas educativas basados en la ciencia, enfocados en la capacitación específica de los profesores para utilizar tecnologías y métodos como lo son las plataformas virtuales, en sus actividades profesionales y justificar la efectividad de los programas”. (p. 1)

En contraste, la incorporación de las TIC en el proceso de enseñanza – aprendizaje es flexible y se adaptan a las formas de aprender de los diferentes estudiantes. Tal y como lo define Rose (2016), desde la pantalla de una computadora únicamente de texto, de la manera tradicional, hasta sistemas en donde el aprendizaje se haga por colores, formas o sonidos. Herramientas como tutores inteligentes, soporte visual, ayuda para aprendizaje colaborativos, entre muchas otras herramientas que avanzan cada día respondiendo cada vez más a las necesidades y respuestas humanas.

También contribuye a la inclusión de diferentes grupos sociales que antes eran excluidos de los procesos educativos por falta de material o herramientas que se adaptaran a las necesidades específicas de esas personas. Así lo menciona Rodríguez (2019): “Ahora las nuevas tecnologías han hecho su arribo a los ambientes educativos de diferentes maneras ya sea como contenidos educativos, objetos de aprendizaje, plataformas, infraestructura o auxiliares.”

De manera que las TIC esbozan transformaciones en la educación virtual enmarcadas en el campo de las telecomunicaciones y la informática, provocando permutas en las sociedades en relación con la manera de trabajo, las formas de interacción y comunicación de múltiples sectores sociales y la manera de consentir a la información en un mundo global.

De modo que un intento de virtualización, el uso de la plataforma, las conferencias por dispositivo electrónico, entre múltiples herramientas, donde fueron explícitamente creadas para proporcionar que se intercambie el conocimiento entre los colaboradores, minimizar el sentimiento de reducir el espacio, la inseguridad, y soledad cuando se estudia.

### **3. Educación y su relación con las TIC**

Los beneficios de las TIC como columna para desplegar áreas de aprendizajes muestran que la mayoría de los sistemas que sobrellevan las redes de conocimiento son asentadas en textos. Prácticamente toda la educación está edificada sobre trabajos escritos, libros de textos, y precisamente las redes de comunicación mediante computadoras encajan los textos interactivos que consienten edificar el conocimiento.

Otro de los puntos positivos que tiene la implementación TIC en el proceso de enseñanza – aprendizaje, es la apertura a la accesibilidad de esta. Actualmente existen muchos programas educativos que son impartidos mediante lecciones virtuales, esto es un gran beneficio ya que existen muchas personas que, por diferentes motivos no les es posible asistir a lecciones presenciales.

Hace algunos años la utilización de las TIC en la docencia, no era tan significativo, las clases eran presenciales, los trabajos, tareas y proyectos se entregaban de forma física, algunos incluso escritos a mano; pero con el pasar de los años cada vez se fue desarrollando esta innovación hasta tal punto que es posible recibir una educación en forma virtual, por medio de computadores y acceso a una red de internet, en donde las personas pueden participar en videoconferencias, en foros, hacer video llamadas, compartir información, realizar tareas y exámenes en línea.

Esta modalidad vino a facilitar múltiples procesos a muchas personas que por diversas razones no pueden asistir de forma presencial a recibir lecciones, las TIC les permite lograr sus objetivos de superación desde su hogar y a la vez desarrollando otras actividades como asistir al trabajo o atender a sus familias.

La tecnología le ha dado un gran giro a la educación, puesto que ya no es suficiente las clases tradicionales para mantener a los estudiantes atentos y deseosos de aprender algo nuevo cada día; como se ha visto las nuevas tecnologías han abarcado muchos ámbitos, hoy día es casi imposible que una persona no esté involucrada de alguna manera con la tecnología. Así lo establece García (2017) “...el uso de la tecnología en el aula es una de esas cuestiones que hace que sea fácil ser un maestro.” (párr.1).

La utilización de la tecnología en el área de la educación tiene como objetivo el aumento de los procesos de enseñanza - aprendizaje, al ser tecnologías modernas el docente y los educandos pueden consentir a la información a partir de cualquier lugar del mundo y a cualquier hora, lo único que se requiere es una conexión a internet.

Tal y como lo establece Lozano (2016), “... el mundo evoluciona y la educación también, el modelo actual educativo- aprendizaje a través de libros y una pizarra con tizas ha finalizado. Hace varios años que la tecnología entró con fuerza para mejorar la educación y ahora ya es una parte vital de ella.” (párr.1)

Al desarrollarse nuevos recursos didácticos y tecnológicos lo que provoca es que el docente este más capacitado y preparado para utilizar estas nuevas herramientas y así poder ofrecer una mejor calidad en la educación, y facilitar el aprendizaje de los estudiantes, que ellos le encuentren la motivación al aprender de manera participativa.

#### **4. La enseñanza con apoyo tecnológico no es moda**

La educación con apoyo tecnológico, es uno de los temas más actuales y tratados, durante los últimos años la educación a distancia se ha abierto un gran espacio dentro de la educación general que se afirma en algunos medios de comunicación para formar un tipo de relación

entre ambas partes el que enseña y el que aprende independientemente del lugar y tiempo de cada uno.

No obstante, las universidades utilizan las TIC como apoyo a la docencia, aunque este proceso educativo formal y no existía ningún apoyo por parte de ninguna institución como ahora que hay un gran apoyo con una buena base en tal educación que se apoya en la tecnología.

En la mayoría de los lugares donde se han implementado TIC con apoyo a la docencia, ha brindado un espacio para que todos los educandos puedan acomodar sus prioridades y facilitar información desde cualquier lugar y a cualquier hora que sea necesaria.

Las TIC deben hoy día integrar la docencia y la sociedad; de esta manera coopera con la educación y trata de ofrecer un gran y valioso aporte materializando la idea de formar un pueblo con un alto nivel académico y amplio conocimiento educativo.

Tal y como lo define Arguedas (2016), “El proceso de enseñar y aprender ocurre con una separación de espacio y de tiempo entre quienes enseñan y los estudiantes”. (p.82)

El papel que juega la tecnología en el ámbito de la educación es el más importante al facilitar el aprendizaje mediante documentos virtuales que suministra información importante y requerida por el educando, también mediante la plataforma virtual que se encuentra en un entorno estudiantil facilitando tener acceso a la información de los diferentes programas.

Estas tendencias modernas de la educación con el apoyo de TIC, están en constante actualización, transformando el conocimiento de cómo emplear la tecnología para ser eficientes y entender todo lo que se puede desarrollar con ellas.

Con la evolución de las TIC en el proceso de enseñanza aprendizaje, se ha complementado dando como resultado una mejor y más amplia enseñanza a todas las personas. El aprendizaje es más que memorizar párrafos o textos, es en sí una transformación de lo leído a las actividades de la vida cotidiana, con la ayuda de la TIC.

El uso de materiales didácticos facilita el aprendizaje tales como multimedia, videos, documentos y hasta audiolibros tales ayudan a reforzar la materia escrita en los libros y así complementa la lectura.

El internet ya facilita las comunicaciones en múltiples sectores del mundo, se ha transformado se en una herramienta impredecible; hace muchos años no se tenía clara la idea de que era una computadora y ahora gracias al avance de las TIC se puede hasta realizar un examen virtual desde la comodidad de la casa.

Así lo define Barrantes (2016), las nuevas tecnologías no solo cambiarán los métodos de enseñanza, sino también la propia gestión de las universidades.

Estas tecnologías se deben efectuar con base a los objetivos que se quieren alcanzar y dar un buen uso de ellas de manera controlada evitando las diferentes problemáticas que se pueden adquirir al exceder el uso y mal uso de estas.

## 5. Conclusiones

El desarrollo tecnológico propone transformaciones de múltiples tipo, la educación sin duda algún es una de las secciones más capaces a dichos cambios. Se demanda que este sumario, sea gobernado por investigación educativa y no simplemente innovación. La investigación educativa asegura que los métodos y la tecnología posean efectos efectivos y estrictamente se trate de transformar las herramientas para lograr nuevos resultados. La predisposición tecnológica en un futuro mediano fundará que narremos con entornos de aprendizaje, informales y sociales las técnicas de enseñanza-aprendizaje habituales que aún permanecen tengan que desaparecer.

Consiguientemente, el nuevo papel del docente precisa no solo renovar sus conocimientos, sino vislumbrar y estar sumergido en la dinámica comunicacional moderna; no solo sabiendo el funcionamiento de las modernas herramientas TIC, sino coexistiendo como acto de parte de estas. Los sistemas inteligentes aferrados al sumario de enseñanza-aprendizaje que están en progreso, ha sido exitosa.

Los modernos espacios virtuales fundados para estos cambios de preparación, formación, y perfeccionamiento, en que, las personas edifican su propio conocimiento y utilizan diferentes metodologías de aprendizaje, que fortifican las destrezas de los educandos. Se puede decir que es significativo conocer las bases teóricas que sufre la educación con ayuda de las TIC, para concebir este modelo que desde hace años se despliega a nivel mundial.

Los medios de enseñanza constituyen un componente esencial del proceso enseñanza-aprendizaje, imágenes o representaciones de objetos, imitación los contenidos en todos los programas, las potenciar el conocimiento del educando. Entendiendo que la modalidad de Educación con apoyo de las TIC. Si se quiere atenuar un trabajo colaborativo se debe valorar cuál herramienta brindaría un mayor beneficio en el aprendizaje de los educandos.

## Referencias bibliográficas

- Almenara, J. (2007). Las nuevas tecnologías en la Sociedad de la Información. Hernández, B. J. (2011). Aceptación empresarial de las Tecnologías. *Revista de Gestão da Tecnologia e Sistemas de Informação*, 4(1), 03-22. <http://www.scielo.br/pdf/jistm/v4n1/02.pdf>
- Arguedas, L. (2016). *Métodos de estudio a distancia e investigación: El privilegio de estudiar en la UNED*. EUNED.
- Barrantes, R. (2016). *A la búsqueda del conocimiento científico*. EUNED. <https://www.universia.net/es/actualidad/actualidad.orientacion-academica.4-avances-tecnologicos-educacion-2018-1157514.html>

- García, C. (2017). *Ventajas del uso de la tecnología en el aula*.  
<https://revistaeducacionvirtual.com/archives/2866>
- Hernández, B. J. (2011). Aceptación empresarial de las Tecnologías. *Revista de Gestão da Tecnologia e Sistemas de Informação*, 4(1), 03-22.  
<http://www.scielo.br/pdf/jistm/v4n1/02.pdf>
- Lozano, J. C. (2016). *Beneficios del uso de la tecnología en la educación*.  
<https://edukative.es/beneficios-del-uso-de-la-tecnologia-en-la-educacion/>
- Programa de producción Multimedia (2016). *Obtenido de Nuevas tecnologías para la Educación a Distancia y nuevas formas de interacción con el estudiante*.  
<https://www.uned.ac.cr/dpmd/pem/>
- Rodríguez, A. (2019). *La educación a distancia y su relación con las nuevas tecnologías*.  
<https://www.monografias.com/trabajos5/nutec/nutec.shtml>
- Rose, R. H. (2016). Intelligence Unleashed. An argument for AI in Education. *Stanford University. Tecnología e Sistemas de Informação*, 4(1), 03-22.  
<https://economyatic.com/concepto-de-tic/>
- Vlasova, E.Z., Avksentieva, E.Y., Goncharova, S. y Aksyutin, P.A. (2019). Artificial intelligence - the space for the new possibilities to train teachers. García, M., Ortiz, T. y Chávez, M. D. (2017). Estrategias orientadas al aprendizaje autónomo en la Universidad Estatal Península de Santa Elena, Ecuador. *Revista Cubana de Educación Superior*, 36(3), 74-84. Recuperado de:  
<http://www.revistaespacios.com/a19v40n09/a19v40n09p17.pdf>



## Las direcciones a la tica como un recurso para enseñar matemáticas

Marcela García Borbón

Universidad Nacional, Costa Rica  
marcela.garcia.borbon@una.ac.cr

Jesennia Chavarría Vásquez

Universidad Nacional, Costa Rica  
jcha@una.ac.cr

María Elena Gavarrete Villaverde

Universidad Nacional, Costa Rica  
mgavarrete@una.ac.cr

Margot Martínez Rodríguez

Universidad Nacional, Costa Rica  
mmarti@una.ac.cr

**Resumen:** El proyecto Formación de docentes en la visión sociocultural de las matemáticas, formulado desde el 2015, diseñó e impartió el curso Enculturación Matemática y Etnomatemática en diversas zonas costeras, limítrofes, indígenas y rurales del país. Se trata de un curso dirigido a docentes de primaria que busca mostrar estrategias y recursos para abordar las clases de matemática desde la visión sociocultural, al hacer del signo cultural el centro del planeamiento. De este modo, el proyecto generó el modelo Etnomatemáticas Glocalizadas para maestros (ETGLOMA, 2019), que busca continuar con los propósitos del proyecto original.

El taller “Las direcciones a la tica como un recurso para enseñar matemáticas” aborda el tema de la ubicación espacial, como parte del área de la Geometría. Además, vincula las habilidades matemáticas con algunas relacionadas con la Geografía, que se cubre en la materia de Estudios Sociales, como una sugerencia de incorporación de la contextualización activa, que demanda el Ministerio de Educación en sus programas.

**Palabras clave:** Etnomatemáticas, formación de docentes, contextualización activa, signo cultural.

### 1. Objetivos

Este taller tiene como objetivo general *Analizar la orientación espacial utilizando las direcciones a la tica* para ofrecer estrategias metodológicas que aborden los contenidos de la ubicación espacial en Educación Primaria.

### 2. Fundamentación teórica

El proyecto Formación de Docentes en la Visión Sociocultural de la Matemática nace en 2015 en la Universidad Nacional, como una forma de contribuir a las demandas metodológicas que el Ministerio de Educación Pública (2012) establece en la formación de docentes. Su principal contribución es la incorporación de las etnomatemáticas en la educación, al proponer el uso de los signos culturales en el planeamiento. Ofrece una respuesta a la necesidad de integrar el eje transversal de la contextualización activa en la educación, como un elemento prioritario en el planeamiento. Así, se favorece la comprensión

de los saberes globales al vincularlos con los saberes locales, al estimular el uso de modelos basados en la realidad cercana.

Por otro lado, este taller aborda contenidos curriculares del Programa de Estudios Sociales, de primero, segundo y tercer nivel (Ministerio de Educación Pública, 2013), al tomar en cuenta los contenidos conceptuales de ubicación espacial, orientación geográfica, elaboración e interpretación de croquis, mapa, escala y simbología.

Para lograr el efectivo desarrollo de este taller, se inicia con la definición de los conceptos primarios. En este sentido, se concibe el signo cultural como un elemento de la cultura material que representa la identidad de una región (Oliveras, 1996) que se puede incorporar en las matemáticas escolares. Se entiende Enculturación Matemática como el “proceso de interacción social desarrollado dentro de un marco de conocimientos determinado, pero con el objetivo de volver a crear y definir ese marco” (Bishop, 1999, p. 120). La Enculturación Matemática, además de usar elementos de la cultura en el planteamiento de problemas, involucra un proceso de investigación sobre las matemáticas que se han usado en el desarrollo de ideas, nociones, procedimientos, procesos, métodos y prácticas culturales arraigadas en distintos ambientes.

Bishop (1999) clasifica las matemáticas desarrolladas por todas las culturas en alguna de las seis actividades comunes: contar, medir, localizar, diseñar, jugar y explicar. En particular, en este taller nos centramos en las actividades de **localizar y explicar**.

La actividad matemática de *localizar* se concibe como la necesidad de codificar y simbolizar el entorno espacial, al responder al reto de la exploración de la tierra y el mar con el fin de conocer el propio terreno en la búsqueda de alimento (Bishop, 1999). En este taller se trabajará con direcciones, mapas y croquis, que constituyen una representación simbólica del espacio. La actividad matemática de *explicar* se centra en abstracciones y formalizaciones, que buscan establecer relaciones entre los fenómenos y la teoría que los explica. Se abordará a través del análisis de las relaciones entre los objetos del espacio con las direcciones, mapas y croquis, así como las transformaciones de que son objeto.

Por otro lado, la geometría es la parte de la matemática escolar que se encarga de la descripción y análisis de las formas y el espacio. Así, el pensamiento espacial, según Gallo et al. (2006) viene a ser el conjunto de procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y manipulan las representaciones mentales del espacio.

Sobre la localización, se entiende como la acción de señalar en forma específica el lugar dónde se encuentran ciudades, puertos, países, accidentes geográficos o cualquier otro elemento. Localizar de manera absoluta implica situar con precisión un punto específico de la superficie terrestre. Localizar de forma relativa sería, más bien, usar los puntos cardinales y distancias con respecto a otro lugar.

Estimular el estudio de signos culturales en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas favorece la vinculación entre la matemática escolar con la matemática presente en las prácticas cotidianas y así, motiva el aprendizaje, gracias a que propicia un cambio en

el dominio afectivo, al reconocer que la matemática es una actividad humana, desarrollada por cada cultura a partir de sus necesidades.

### **3. Metodología de trabajo**

El diseño metodológico del taller contempla el desarrollo de las actividades matemáticas: *localizar* y *explicar*. Se proponen diferentes actividades que abordan las direcciones a la tica como un signo cultural de nuestro país.

Este diseño sigue el mismo esquema que los otros talleres del curso de Enculturación Matemática y Etnomatemática. En un principio, se indaga sobre el conocimiento previo con el fin de activar los conocimientos matemáticos que se requieren para el efectivo desarrollo del taller. En este caso, se explora sobre la percepción entre los participantes relacionada con la contextualización activa, así como conocimientos previos sobre localización en el espacio, pensamiento espacial, distancia, estimación y dirección. Además, se reflexiona con los maestros sobre la existencia de elementos matemáticos en la forma de dar direcciones en Costa Rica, a través del análisis de sus propias direcciones y las de sus compañeros, en busca de esos elementos. De esta forma, además, se examina la vinculación con otras áreas, como la Geografía y los Estudios sociales.

A continuación, se solicita a los participantes que utilicen medios de localización virtuales, como Google maps, Waze u otro, para verificar la precisión de la estimación y dirección que se usó en la actividad anterior. Esto con el fin de reflexionar sobre las capacidades humanas referentes a determinar una medida a partir de los sentidos y como esta capacidad puede influir en la representación del espacio en dos dimensiones.

Luego, se invita a los participantes a meditar y socializar, por medio de una plataforma virtual, sobre los elementos matemáticos (presentes en el Programa de Matemática) que logran distinguir en las direcciones, con el fin de que, tras la experiencia anterior, incorpore nuevos elementos que tal vez no percibió la primera vez que los buscó, por ejemplo, sistemas de referencia.

En una segunda parte, se busca que los participantes elaboren un croquis de su comunidad (Figura 1) que puede ser basado en los mapas que antes usaron. Esta actividad tiene el propósito de evidenciar que los puntos cardinales y puntos de referencia están vinculados con la matemática escolar. También, explorar habilidades útiles en aspectos como el diseño, tanto como una nueva reflexión sobre otros elementos de la matemática escolar presentes en este signo cultural.

## Figura 1

### *Croquis de la comunidad*



La siguiente actividad está vinculada con una consideración sobre las posibilidades para desplazarse de un lugar a otro y cómo se puede describir cada una de esas posibilidades (Figura 2). Se pretende que los participantes piensen esta vez sobre las variaciones que se presentan en cuanto a la dirección, distancia, ángulos u otro de su desplazamiento.

## Figura 2

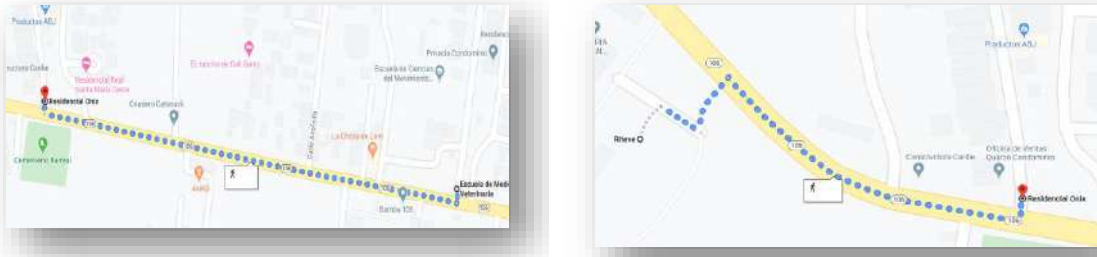
### *Posibilidades de desplazarse de un lugar a otro*



Para finalizar, se les pide que cambien el origen de su desplazamiento, de modo que analicen una vez más los sistemas de referencia presentes en las direcciones y en la representación del espacio en un plano como un modelo matemático (Figura 3).

**Figura 3**

*Sistemas de referencia presentes en las direcciones y en la representación del espacio en un plano como un modelo matemático*



La movilización e integración de conceptos relacionados con el pensamiento espacial se dará al finalizar el taller, gracias a la socialización guiada por preguntas como:

- ¿Qué elementos matemáticos están presentes en la elaboración del mapa?
- ¿Qué elementos culturales o matemáticos no han sido considerados?
- ¿Los conceptos matemáticos (geométricos) coinciden con los términos utilizados popularmente?

#### 4. Planificación del taller

A continuación, se describen las actividades a realizar, según la descripción anterior, así como los recursos y materiales que serán necesarios (Tabla 1).

**Tabla 1**

*Actividades a realizar*

| Actividad                              | Conocimientos  | Materiales/recursos                               | Tiempo estimado |
|--|--|---|-----------------|
| Presentación y Conceptos fundamentales | Contextualización activa, localización, pensamiento espacial, distancia, estimación, dirección | Acceso a la plataforma Zoom                       | 10 minutos      |
| Anote la dirección exacta de su casa   | Puntos de referencia, puntos cardinales, estimación de distancia.                              | Carpeta en Drive compartida con los participantes | 10 minutos      |

|   |   |   |            |
|---|---|---|------------|
| Utilizando otro punto de referencia, anote de nuevo la dirección exacta de su casa                            | Puntos de referencia, puntos cardinales, estimación de distancia.                           | Carpeta en Drive compartida con los participantes   | 6 minutos  |
| Verifique la estimación de medidas y dirección del desplazamiento de las direcciones de las Actividades 1 y 2 | Puntos cardinales, medición.  | Google maps, Waze u otra aplicación similar de localización                                   | 10 minutos |
| Reflexión sobre elementos matemáticos presentes en la ubicación en el espacio                                 | Distancia, puntos cardinales, rectas paralelas, ubicación espacial, sistemas de referencia. | Carpeta Drive compartida con los participantes  | 8 minutos  |
| Elaboración de un croquis del pueblo  | Distancia, puntos cardinales, rectas paralelas, ubicación espacial.                         | Papel, lápices, teléfono para hacer la fotografía.  | 15 minutos |
| Dibujar dos trayectorias diferentes para desplazarse de un lugar a otro                                       |   | Paint u otro editor de imágenes.  | 10 minutos |
| Cambie el origen ...  |   | Google maps, Waze u otra aplicación similar de localización, Paint u otro editor de imágenes. | 10 minutos |
| Socialización   |   | Carpeta Drive compartida con los participantes  | 11 minutos |

---

## Referencias bibliográficas

Bishop, A. J. (1999). *Enculturación Matemática*. Paidós.

Gallo Mesa, O., Gutiérrez Mesa, J., Jaramillo López, C., Monsalve Posada, O., Múnera Córdoba, J., Obando Zapata, G., Posada Balvin, F., Silva Restrepo, G. y Vanegas Vasco, M. (2006). *Módulo 4 Pensamiento Espacial y Sistemas Geométricos*. Universidad de Antioquía.

Ministerio de Educación Pública. (2012). *Programas de Estudio de Matemáticas, Reforma Curricular en Ética, Estética y Ciudadanía*. Ministerio de Educación Pública de la República de Costa Rica.

Ministerio de Educación Pública, (2013). *Programas de Estudio Estudios Sociales y Educación Cívica. Primero y Segundo Ciclos de la Educación General Básica*. Ministerio de Educación Pública de la República de Costa Rica.

Oliveras, M.L. (1996). *Etnomatemáticas. Formación de profesores e innovación curricular*. Comares.

# Homotecias con GeoGebra

Grethel Ramírez Gómez  
Liceo de Poás, Costa Rica  
grethelramirezgomez@gmail.com

**Resumen:** En este documento presenté un taller cuyo fin fue generar un acercamiento con la tecnología como apoyo a la construcción de conceptos matemáticos en la geometría y específicamente con las homotecias. El participante logró realizar construcciones y observaciones sobre los diferentes tipos de homotecias: directa e inversa, fue el protagonista de su propio conocimiento y al final podrá compartir las diferentes conclusiones a las que fue capaz de llegar con las diferentes actividades propuestas.

**Palabras clave:** GeoGebra, homotecia, geometría, construcción.

## 1. Introducción

Este taller que presento fue desarrollado con la herramienta GeoGebra (versión 5.0) y se creó pensando en primer momento para trabajar con estudiantes de octavo año pero podría ampliarse para los diferentes temas de geometría que se desarrollan a lo largo de los años en el programa de estudios propuestos por el Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (2012).

El objeto de estudio de este, se basa en la construcción de argumentos que resulten validaciones en el inicio de la geometría, entrando en trabajo argumentativo para sostener las respuestas y las producciones, aprovechando las posibilidades de acceso al saber y de análisis de la matemática que su utilización puede promover como antesala al tema de semejanza y congruencia de triángulos.

Para participar no es necesario tener un conocimiento previo de la herramienta ya que los minutos iniciales sirven de orientación para conocerla y hacer énfasis de los usos en ciertos comandos. Además, inicialmente se busca motivar al participante en la exploración tomando como referencia que el programa permite ver diferentes escenarios con movimientos simples que a nivel del papel y lápiz sería muchas veces limitado y otras abstractos por completo.

La importancia de estos talleres prácticos radica en la integración de herramientas informáticas que logran una mayor eficiencia en el aprendizaje de manera que se puedan obtener herramientas y conocimientos para formulación de soluciones a problemas de la sociedad mediante el análisis matemático (Barahona et al., 2015).

Una vez que se presenta el programa y se estandarizan los conceptos durante el desarrollo del taller, el moderador entregará una secuencia de actividades (4 en total) con las que busca obtener por parte de los participantes la construcción de figuras, exploración de la herramienta y conclusiones de manera muy interactivas y promoviendo en todo momento la participación.



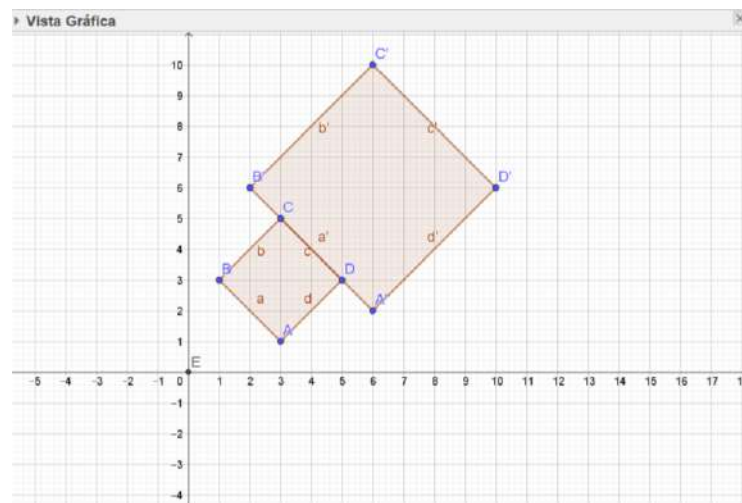
## 2. Desarrollo del taller

En la primera actividad se propuso una construcción simple de un cuadrado, y aplicar una homotecia cuyo factor escala sea mayor que uno (ver Figura 1), lo cual generó una serie de inquietudes entre los participantes en torno a la visión del estudiante una vez que crea la homotecia. Williams Uribe (Argentina) hizo una consulta sobre la relación del área de ambas figuras y algunas pruebas que realizó ahí en el momento lo cual generó discusión alrededor de la manipulación de la herramienta para el movimiento de los diferentes vértices y a la vez se produjeron varias inquietudes:

- ¿Qué pasa con las áreas de las figuras una vez que se crea la homotecia?
- ¿Cuál es la relación del perímetro de cada una de las figuras?
- ¿Cuál es el tiempo adecuado para brindar en cada una de las construcciones para mantener el interés del tema?

### Figura 1

*Construcción simple de un cuadrado*

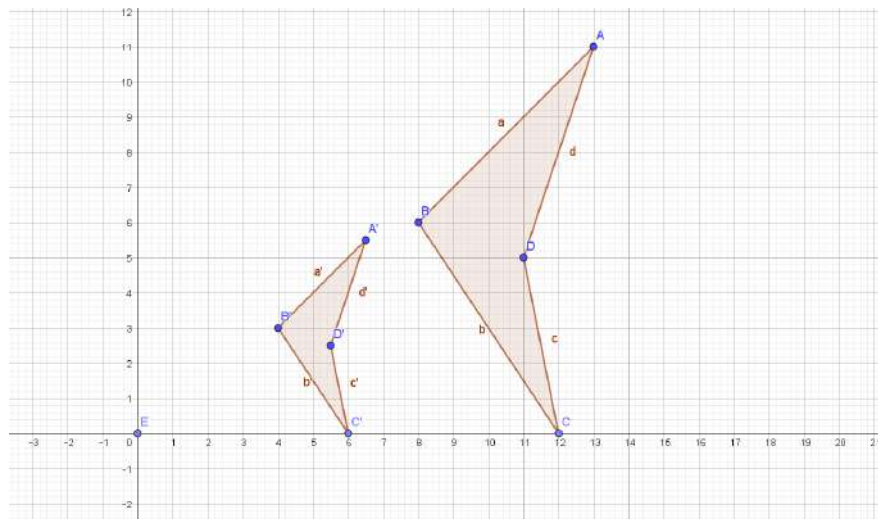


*Nota.* Fuente elaboración propia.

Luego que se crearon los cuadrados y se realizó una mesa de discusión alrededor del tema y sus implicaciones. Se inició con la actividad dos, misma que no busca entregar todos los pasos de construcción sino crear una figura recordando los procesos anteriores (ver Figura 2) pero la homotecia aplicada será con un factor escala que se encuentra entre cero y uno, de esta manera se comenzó a generar diferencias entre una y la otra. Como dato importante a rescatar, fue que se analizó la forma de la redacción de la actividad, ya que en esta segunda se basó en los conocimientos previos de construcción generando en el participante la necesidad de recordar y explorar datos de la herramienta.

## Figura 2

*Figura con homotecia de escala entre cero y uno*

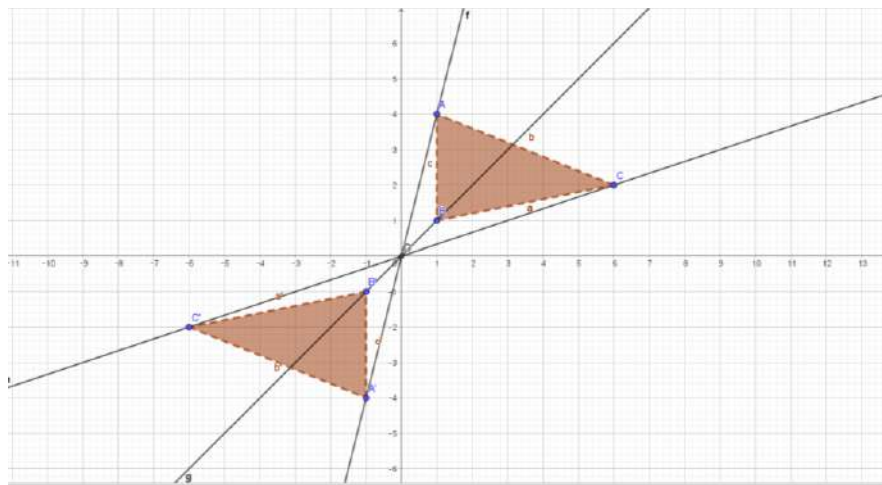


*Nota.* Fuente elaboración propia.

Trabajamos la actividad número tres, esperando tener como resultado un proceso más amplio de observación y conclusión. Para esta actividad se propuso un factor escala negativo, y es donde el participante pudo concluir que la figura no solo se hace “más grande o más pequeña” sino que también puede girar y sigue coincidiendo en vértices y segmentos (ver Figura 3). Aquí se hace una importante acotación sobre la importancia de mantener un lenguaje adecuado con el estudiante y/o participante; porque si vamos a desarrollar el taller a nivel de secundaria es probable que hablar de “inverso” no sea un término tan claro como decir: “se dio la vuelta” o “se giró”. Con este detalle logramos ver que estamos concluyendo y observando lo mismo y cumpliendo el objetivo.

### Figura 3

#### *Homotecia con factor de escala negativo*

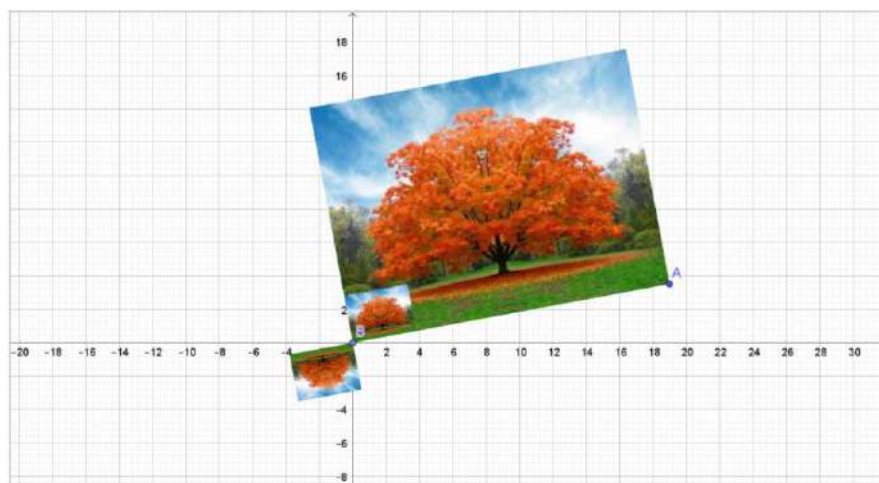


*Nota.* Fuente elaboración propia.

De esta tercera actividad surgió una propuesta por parte de una participante del taller, sobre no trabajar tres construcciones diferentes sino implementar el insertar una imagen y trabajar con ella para observar las diferentes homotecias que resultan, aprovechando cosas que guste al participante y sirva de motivación extra (ver Figura 4).

### Figura 4

#### *Homotecia con imagen*



*Nota.* Fuente elaboración propia

Otro aporte por rescatar fue: si por ejemplo se construye un deslizador y se puede hacer la manipulación del mismo con diferentes figuras, de manera que se haga más visual el incremento, disminución o giro de la figura de acuerdo al intervalo donde esté ubicado. Además de consultar la cercanía del punto origen (0,0) con respecto a las figuras creadas e incluso manipular de manera que unimos ambas figuras y recordamos conceptos como el caso de los ángulos opuestos por el vértice.

Otro participante nos brinda el aporte de la conexión que podemos realizar como proyecto interdisciplinario con la clase de ciencias, por ejemplo, al tener una imagen y recibirla al revés.

Otro aporte con el que contamos fue la participación de un participante de Ecuador, quien nos brindó la idea de hacer con las construcciones o las imágenes insertadas generando asociación con la física, por ejemplo, el tema de la óptica geométrica.

Por último y a modo de cierre se realiza la actividad cuatro en la cual solicité imaginar que somos estudiantes de octavo año ante una serie de ejercicios que deben resolverse después de haber realizado el taller; no todos van a necesitar apoyo de la herramienta inmediato (por lo que puede ser un cierre en el aula a falta de tiempo), quedó claro que para la mayoría fue más sencillo visualizar desde las diferentes construcciones, pero una vez resueltos los ejercicios logramos crear al final los diferentes conceptos sobre los tipos de homotecias, lenguaje matemático adecuado y varios conocimientos a tratar para el tema.

### **3. Conclusiones**

El programa GeoGebra entre sus ventajas contempla que, además de ser un programa diseñado bajo la modalidad de software libre y la asequibilidad que conlleva, es una herramienta de gran colaboración para el desarrollo y demostración de una clase de geometría, permitiendo su implementación cuando se cuenta con los recursos materiales a nivel institucional como un taller de construcciones, como en el presente congreso. Así mismo, en casos donde los recursos sean más limitados, su uso se puede desarrollar como una mesa de discusión a partir del desarrollo empleado por el profesorado.

Con la primera actividad se realizó una demostración del proceso de construcción del conocimiento y conceptualización geométrica importante. Así mismo, sirvió como antesala

para hablar de temas como las relaciones entre áreas y perímetros de las diferentes figuras una vez aplicadas los factores escala.

El desarrollo de un taller y uso de recursos tecnológicos como el programa GeoGebra, nos facilita como educadores el poder representar de una manera más visual y significativa el conocimiento que deseamos transmitir al estudiante; ya que cuando este es quien construye y se cuestiona la comprensión del proceso, profundiza en su aprendizaje.

Finalmente, las actividades en general nos recuerdan que es de suma importancia tener presentes las diversas condiciones y realidades del estudiantado, contemplando aspectos como el acceso a medios tecnológicos, lo cual es fundamental para poder mantener una comunicación asertiva y así lograr ser generadores de conocimiento a través de la experiencia.

### **Referencias bibliográficas**

- Barahona, F., Barrera, O., Vaca, B. e Hidalgo, B. (2015). GeoGebra para la enseñanza de la matemática y su incidencia en el rendimiento académico estudiantil. *Revista Tecnológica* - *ESPOL*, 28(5).  
<http://rte.espol.edu.ec/index.php/tecnologica/article/view/429>
- Ministerio de Educación Pública. (2012). *Programa de Estudio de Matemáticas. I, II, III Ciclos de la Educación General Básica y Ciclo Diversificado*. Ministerio de Educación Pública de Costa Rica.

# Non Charismatic Species: Implicaciones didácticas y formación del profesorado

Elías Francisco Amórtegui Cedeño

Juan Felipe Herrera Polanía

Universidad Surcolombiana, Colombia

Universidad Surcolombiana, Colombia

elias.amortegui@usco.edu.co

felipecolania19@gmail.com

**Resumen:** Colombia ha sido considerado como albergue de uno de los 35 Hotspots del planeta y uno de los países con mayor diversidad biológica. Sin embargo, la población en general ha desarrollado actitudes y emociones negativas como miedo, asco y aversión, hacia grupos de organismos denominados Non Charismatic Species, pues, aunque poseen un rol ecológico fundamental en los ecosistemas, son poco apreciados por los niños, niñas y jóvenes, ejemplo de ellos, las serpientes, los murciélagos y varios grupos de artrópodos. Este trabajo aborda diferentes experiencias investigativas y didácticas llevadas a cabo en el Grupo de Investigación ENCINA-Enseñanza de las Ciencias Naturales, adscrito al Programa de Licenciatura en Ciencias Naturales y Educación Ambiental de la Universidad Surcolombiana (Huila- Colombia). Conceptualizamos el problema de la biodiversidad, sus implicaciones educativas y proyectamos asuntos sobre su enseñanza en escuelas rurales de nuestro país.

**Palabras clave:** Animales no carismáticos, implicaciones didácticas, formación del profesorado, experiencias educativas.

## 1. Comprendiendo el problema de la biodiversidad

Hoy en día existen diferentes amenazas latentes en contra de la biodiversidad mundial, principalmente por diferentes actividades antropogénicas que contribuyen en gran medida a acabar con los componentes ecológicos de los diferentes ecosistemas. A raíz de esas amenazas, en las últimas décadas se ha originado acciones de diferentes sectores de vital importancia para contrarrestar las tasas de pérdida de biodiversidad (Pimm et al., 1995). Sin embargo, existe una de la problemáticas más comunes y recurrentes en temas de biodiversidad y es relacionado con el desconocimiento biológico sobre lo que existe en los diferentes entornos naturales, que resulta siendo un obstáculo para emprender diferentes estrategias de conservación de la biodiversidad. En Colombia, La falta de apoyo en investigación y desarrollo, políticas internas deficientes, el conflicto armado, entre otros (Franco et al., 2006; Fernández, 2011); han sido los principales aspectos que han imposibilitado agrandar el conocimiento de un país que es catalogado con megabiobiodiverso.

A pesar de esos grandes obstáculos, según el Sistema de Información sobre Biodiversidad de Colombia (SiB Colombia) a la fecha existen aproximadamente 62.829 especies a lo largo de todo el territorio nacional, posicionando el país como el primero en aves y orquídeas; segundo en plantas, anfibios, mariposas y peces dulceacuícolas; tercero en palmas y reptiles y por último el cuarto con mayor número de especies de mamíferos. Toda esa biodiversidad que posee Colombia, que en su gran mayoría viene determinado por aspectos en la formación de los diferentes relieves a lo largo y ancho de país. Además, en la región del Chocó

biogeográfico, se encuentra uno de los 35 Hotspots de Biodiversidad del planeta, las cuales son áreas con índices altos de diversidad biológica y endemismos, pero que han tenido un porcentaje alto de reducción de su vegetación primaria (Myers, 2003; Sloan et al., 2014).

Teniendo en cuenta todo este panorama nacional acerca de la Biodiversidad, a pesar de todas las dificultades que resultan a la hora de conocer nuevas especies en los diferentes ecosistemas colombianos, existe un alto índice de nuevas especies descritas (Arbeláez, 2013), que incluso en los últimos años pudo estar favorecida por la firma de los acuerdos de paz con la antigua guerrilla de las FARC-EP que posibilitaron nuevas expediciones, es importante que antes de hablar de estrategias que contribuyan a la conservación de la Biodiversidad, en primera instancia debemos conocer lo conocido en términos de diversidad Biológica. Es por ello, esto requiere y demanda un arduo trabajo de documentación en diferentes áreas como zoología, botánica, ecología, entre otros; para posteriormente, emprender y originar estrategias de enseñanza y aprendizaje mediante la planificación y el diseño de diferentes temáticas, se puedan llevar a cabo en las escuelas como factor fundamental en la formación de las Ciencias para la conservación de los entornos naturales.

## **2. Importancia de la formación docente para la conservación de la Biodiversidad**

Existen diferentes aspectos que hacen que la profesión docente se subestime a nivel epistemológico y social, ya que es usual considerar que, para enseñar Ciencias Naturales, solo basta con el afianzamiento del conocimiento disciplinar y que se transmita de manera directa sin tener en cuenta otros elementos importantes. Es por ello que, como educadores y profesionales en la educación, disponen de un conocimiento característico, en los cuales están vinculados otros aspectos como el pedagógico, didáctico, curriculares, entre otros; contribuyendo así a la construcción de un Conocimiento Biológico Escolar (Valbuena, 2007; Mellado, 2011). Este conocimiento de profesorado, tiene origen en diferentes fuentes heterogéneas que incluyen diferentes saberes a partir experiencias, teorías implícitas, guiones, costumbres, entre otros (Porlán y Rivero, 1998; Tardif y Lessar, 2014).

De acuerdo a lo postulado por Valbuena (2007) establece que, para el caso de los docentes de Biología, dos componentes que hacen parte de su conocimiento profesional, el Conocimiento Biológico (CB) y el Conocimiento Didáctico del Contenido Biológico (CDCB). Con base a esto, se pueden reconocer los siguientes conocimientos como, el Conocimiento Disciplinar, el Conocimiento Pedagógico, el Conocimiento Didáctico del Contenido Biológico y el Conocimiento del Contexto. De igual forma, según Fonseca (2018) encontramos postulados muy similares a lo dicho por Valbuena (2007), puesto que aquí ya relacionado directamente con el Conocimiento Profesional del Profesor de Biología asociado a la enseñanza de la Biodiversidad, menciona la integración de cinco conocimientos de docentes en su etapa inicial de ejercicio docente, entre ellos tenemos El conocimiento biológico, el Conocimiento Didáctico, el Conocimiento de su propia historia de vida, el Conocimiento de su experiencia como interprete ambiental y el Conocimiento del contexto.

Es así como las experiencias docentes constituyen un referente clave en el desarrollo profesional del profesor de Biología, ya que esto permite orientar la manera en cómo se

interpreta y se desarrolla el currículo (Barnett y Hodson, 2001). Sin embargo, una de las mayores dificultades que poseen los docentes en su etapa inicial en ejercicio profesional, es la escasa preparación sobre cómo abordar la enseñanza de la Biología en escenarios naturales (Del Toro y Morcillo, 2011) que permitan promover e incentivar en el estudiantado, actitudes que contribuyan a los procesos de conservación de la Biodiversidad. Esto en su gran mayoría viene determinado por el aporte insuficiente de los diferentes cursos en la formación del profesorado para la construcción del Conocimiento de Contenido Biológico, Didáctico, Pedagógico y del contexto que permitan la enseñanza fuera del aula, mediante diferentes estrategias de enseñanza como las Prácticas de Campo (Behrendt y Franklin, 2014). Por tal razón, el abordaje de las salidas de campo se limita al desarrollo de lecturas, socializaciones, debates, entre otros; y no a su diseño, aplicación y evaluación (Ateskan y Lane, 2016), reduciendo el potencial de esta estrategia tan importante que puede influir en las distintas finalidades de aprendizaje en el campo de la Biodiversidad.

### **3. Panorama de los animales no carismáticos para su conservación**

En un país como Colombia, catalogado como uno de lo más megadiversos del mundo, resulta de vital importancia que se originen diferentes programas, estrategias y políticas para la protección de los ecosistemas. Estos escenarios naturales que se extienden a lo largo y ancho del todo el territorio nacional, gracias a los diferentes pisos térmicos, cuentan con una amplia gama de especies de flora y fauna con un importante valor ecológico en los biomas del país. Sin embargo, hoy en día existe una gran cantidad de especies que están amenazadas por factores como la destrucción masiva de sus hábitats, tráfico ilegal, entre otros. A raíz de lo anterior, a lo largo de los últimos años se han formalizado y estructurado diferentes políticas ambientales para la protección de los diferentes ecosistemas y sus componentes que permitan garantizar la conservación de la Biodiversidad existente en Colombia.

Desde el gobierno nacional se están llevando a cabo diferentes planes de acción para la conservación de especies y ecosistemas, como herramientas indispensables en la conservación de la Biodiversidad (Ministerio de Ambiente y Desarrollo Sostenible MinAmbiente, 2020). No obstante, resulta interesante evidenciar que, la mayoría de programas de conservación, planes de manejo y estrategias están focalizadas en su gran mayoría a especies de aves y mamíferos que en su gran mayoría son los grupos de animales más llamativos y atractivos. En menor medida, se encuentran acciones focalizadas a grupos de reptiles y anfibios; y no existe ningún programa de conservación o política ambiental que promueva la conservación de grupos de invertebrados. A partir de lo anterior, se puede relacionar en consecuencia, una de las principales razones por las cuales no se evidencia trabajos investigativos relacionados con animales que son catalogados como no carismáticos. Puesto que, existe una amplia brecha de desconocimiento acerca sobre la Biología y Ecología de grupos de animales, principalmente invertebrados, reptiles y anfibios en sus diferentes hábitats (Losey y Vaughan, 2006; New, 2011; Prokop et al., 2016).



El escaso conocimiento biológico y a su vez las aversiones, repulsión, miedo, asco y disgusto que generan animales como serpientes, murciélagos, arañas, escorpiones, sapos, ranas, lagartos, entre otros; denominados como animales no carismáticos por su apariencia física, resultan ser una amenaza directa en contra de su conservación. Además, se puede inferir con base a ese tipo de aspectos, la inclinación de llevar a cabo programas o estrategias para la conservación de especies estéticamente más llamativos y así mismo, la razón de la falta de acciones esenciales para incentivar a la población en general, encaminadas al cuidado, protección y manejo de especies poco carismáticos que resultan ser de gran importancia biológica en los diferentes ecosistemas donde se encuentran (Snaddon et al., 2008).

Existen en diferentes fuentes, investigaciones que confirman lo mencionado anteriormente, por ejemplo, estudios como los de Prokop y Fančovičová (2013) mencionan que estas tendencias de pensamientos y actitudes hacia este grupo de organismos, vienen determinados por los aspectos morfológicos. Es decir, en cuanto a la coloración de ciertos animales, predominan la afinidad hacia organismos con colores aposemáticos en contraste los colores crípticos, que a su vez resulta de gran importancia referente a la popularización para promover la preservación de especies con dichas características. Por otra parte, otra de las razones por las cuales se tiende a tener este tipo de percepciones de especies catalogadas no carismáticas, vienen siendo alimentadas por los medios audiovisuales presentando películas, series, noticias, entre otros, que contribuyen a establecer esos conceptos alternos y actitudes que no promueven a su conservación y amplían los vacíos relacionados al conocimiento biológico e importancia ecológicos de estos organismos. Sin embargo, este tipo de actitudes puede ser variable dependiendo de la cultura, edad, sexo, nivel socioeconómico, experiencia, ética escolar, incluso la inclinación religiosa, que pueden repercutir en aspectos relacionados con la importancia de que originen procesos de reconstrucción del conocimiento biológico a partir procesos didácticos escolares. (Barraza, 2015; Baynes-Rock, 2017).

Por otra parte, tomando como referencia los diferentes procesos educativos a nivel de preescolar, básica primaria y secundaria; cuando el estudiantado presenta actitudes negativas debido al desconocimiento o ideas previas acerca del conocimiento biológico, en este caso, relacionados con animales poco agradables para ellos. Se origina un choque de concepciones referente a aspectos de la naturaleza científica, a causa de la incorrecta interpretación de distintos elementos del propio conocimiento científico. De modo que, se destaca la importancia de procesos de alfabetización científica en la progresión de concepciones que estén encaminadas a la realidad biológica de los diferentes organismos (Prokop et al., 2009; Almeida et al., 2017).

Para lograr los objetivos de la alfabetización científica y generar actitudes en pro de la conservación de estos animales tan estigmatizados por la sociedad, se deben diseñar y aplicar diferentes estrategias como las salidas de campo que tiene un gran potencial para lograr diferentes finalidades de aprendizaje a nivel conceptual, procedimental y actitudinal. Este tipo de estrategias es una garantía para incentivar habilidades que puedan lograr la construcción de un Conocimiento Científico Escolar, y lograr en los y las estudiantes posturas críticas con bases argumentativas sólidas que puedan permitir un cambio de perspectiva

relacionado con problemáticas del contexto socio-ambiental siendo un recurso vital en el quehacer docente (Del Carmen, 2011; García-Ferrandis et al., 2020).

#### **4. Promoviendo la conservación de los animales no carismáticos**

Entre las actividades que realiza el profesorado de Biología a nivel formativo, es importante destacar el uso de las Salidas de Campo como estrategia didáctica en los procesos de enseñanza y aprendizaje con el alumnado. Este tipo de recurso educativo posee un irrefutable valor que pueden repercutir a nivel emocional, afectivo, cognitivo y ambiental. Esto, resulta ser vital en el reconocimiento de la Biodiversidad, origen de actitudes pro conservacionistas, obtención y afianzamiento de habilidades y destrezas en el trabajo científico e inmersión en entornos naturales fuera del aula (Wass, 1990; Del Carmen y Pedrinaci, 1997; Gavidia y Cristerna, 2000; Rennie, 2014). El profesorado en Biología en su proceso de formación, generalmente ha participado como novato en las salidas de campo sin tener la experiencia necesaria para su diseño, planeación y ejecución fuera del aula (Tal y Morag, 2009; Amórtegui y Correa, 2012).

A raíz de este tipo de situaciones, los docentes con menor experiencia en este tipo de estrategias didáctico-pedagógicas, llevan a cabo las actividades de forma inadecuada, con un nivel de conocimiento limitado, desempeñando roles dominantes con sus estudiantes, desperdiciando el gran potencial de las salidas de campo en la formación del profesorado y en la enseñanza de la Biología. Es así, que se evidencia la escasez de trabajos o estudios especializados en aras de orientar a los docentes en este tipo de estrategias de enseñanza (Ballantyne et al., 2010). Sin embargo, existe estudios relacionados sobre el conocimiento de las Prácticas de Campo en la formación docente de Biología, que demuestran hallazgos relacionados con reflexiones, experiencias, investigaciones sobre de E-A, concepciones sobre Salidas de Campo, entre otros. (Amórtegui et al., 2017). No obstante, demuestran que es importante que se reconozca la diferencia de esta estrategia didáctica con otras, referente a su relación con la epistemología de la Biología, como disciplina científica, su diseño y aplicación y su valor en la construcción del conocimiento del profesorado de Biología.

El trabajo fuera del aula en escenarios naturales, promueve en el alumnado el abordaje de problemáticas ambientales, como la potencial destrucción de los ecosistemas, la contaminación, tráfico ilegal, la disminución de los recursos naturales, entre otras. Además, este tipo de mecanismos, permiten acercar al alumnado a la manera en la que se construye el conocimiento científico, originando una aproximación más llamativa, accesible, interesante y significativa sobre la naturaleza de la ciencia, así mismo, se lograr viabilizar la participación activa de manera crítica y reflexiva sobre las problemáticas del contexto socio-ambiental (Banet, 2010).

Diferentes estudios realizados con anfibios, cochinillas, caracoles entre otros animales que se denominados como impopulares, han demostrado una progresiva reducción de las aversiones ante el desconocimiento inicial sobre estos organismos o la interacción con ellos (Prokop y Fančovičová, 2017; Prokop y Fančovičová, 2018). Esto demuestra, que las salidas de campo como recurso para incentivar actitudes pro conservacionistas hacia animales no carismáticos, permiten el mejoramiento de procesos de enseñanza y aprendizaje,

favoreciendo la construcción de un Conocimiento Biológico Escolar y la progresión de actitudes significativas en entornos naturales donde tiene mayor incidencia (Costillo et al., 2014).

Desde el Semillero de Investigación Enseñanza de las Ciencias Naturales (ENCINA) de la Universidad Surcolombiana, ubicada en el departamento del Huila (Colombia), en los últimos años se han venido desarrollando diferentes trabajos investigativos y propuestas didácticas que han tenido una gran repercusión para la conservación y la protección de grupos de animales que son catalogados como impopulares o poco agradables como Murciélagos (Rivera, 2016), Arañas (Guevara et al., 2018), Esquizómidos (Perdomo et al., 2018), Ofidios (Gómez y Herrera, 2019) y Artrópodos (Rubiano et al., 2019; Berjan et al., 2020). Esto permite inferir que, este tipo de propuestas se abordan en gran medida por la importancia ecológica de estos organismos en los diferentes Ecosistemas de la región surcolombiana y la amplia estigmatización de la población acerca de este tipo de organismos, que han permitido realizar grandes avances en el campo de la Enseñanza de la Biología contribuyendo así a la construcción del Conocimiento Científico Escolar en diferentes instituciones educativas oficiales de la región.

### Referencias Bibliográficas

- Almedia, A., García Fernández, B. y Silva, T. (2017). Changing Negative Perceptions of Animals Through Teaching Practice: a Research in Primary Education. *Journal of Baltic Science Education*, 1995, 446–458. <http://eds.b.ebscohost.com/eds/pdfviewer/pdfviewer?vid=12&sid=9a759493-dbe5-4812-a54f-5362379662c6%40sessionmgr101>
- Amórtegui, E., Mayoral, O., y Gavidia, V. (2017). Aportaciones de las Prácticas de Campo en la formación del profesorado de Biología: un problema de investigación y una revisión documental. *Didáctica de las Ciencias Experimentales y Sociales*, 32, 153-169. <https://doi.org/10.7203/dces.32.9940>
- Amórtegui, E., y Correa, M. (2012). *Las Prácticas de Campo Planificadas en el Proyecto Curricular de Licenciatura en Biología de la Universidad Pedagógica Nacional. Caracterización desde la perspectiva del Conocimiento Profesional del Profesor de Biología*. Universidad Pedagógica Nacional y Fundación Francisca Radke.
- Arbeláez-cortés, E. (2013). Describiendo especies: un panorama de la Biodiversidad Colombiana en el ámbito mundial - Describing Species : A Standpoint of Colombian Biodiversity. *Acta Biológica Colombiana*, 18(1), 165–178.
- Ateşkan, A. y Lane, J. (2016). Promoting field trip confidence: teachers providing insights for pre-service education, *European Journal of Teacher Education*, 39(2), 190-201. <https://doi.org/10.1080/02619768.2015.1113252>
- Ballantyne, R., Anderson, D. y Packer, J. (2010). Exploring the impact of integrated fieldwork, reflective and metacognitive experiences on student environmental

- learning outcomes. *Australian Journal of Environmental Education*, 26, 47–64. <https://doi.org/10.1017/S0814062600000823>
- Banet, E. (2010). Finalidades de la educación científica en Educación Secundaria: aportaciones de la investigación educativa y opinión de los profesores. *Enseñanza de las Ciencias*, 28(2), 199- 213.
- Barnett, J. y Hodson, D. (2001). Pedagogical Context Knowledge: toward a fuller understanding of what good science teachers know. *Science Teacher Education*, 85(4), 26-453. <https://doi.org/10.1002/sce.1017>
- Barraza, L. (2015). Attitudes to Animal Dilemmas: An Exploratory Comparison Between Mexican and English Children. *International Electronic Journal of Environmental Education*, 5(2), 40–61. <https://doi.org/10.18497/iejee-green.64245>
- Baynes-Rock, M. (2017). Human Perceptual and Phobic Biases for Snakes: A Review of the Experimental Evidence. *Anthrozoos*, 30(1), 5–18. <https://doi.org/10.1080/08927936.2017.1270584>
- Behrendt, M. y Franklin, T. (2014). A review of research on school field trips and their value in education. *International Journal of Environmental and Science Education*, 9(3), 235-245. <https://doi:10.12973/ijese.2014.213>
- Berján, P. B., Reyes, L. T., González, J. C. y Amórtegui, E. F. (2020). *Opiniones y sensaciones que construye el estudiantado sobre los artrópodos: Aproximaciones desde la educación secundaria de la región sur de Colombia [Archivo de vídeo]*. [https://www.youtube.com/watch?v=h hhPPvs0Src&feature=emb\\_title](https://www.youtube.com/watch?v=h hhPPvs0Src&feature=emb_title)
- Costillo, E., Borrachero, A., Villalobos, A., Mellado, V. y Sánchez, J (2014). Utilización de la modelización para trabajarlas salidas al medio natural en profesores en formación de educación secundaria. *Revista Biografía Escritos sobre la Biología y su enseñanza* 7(13), 165 – 175.
- de Oliveira, J.V., de Faria Lopes, S., Barboza, R. R. D., y da Nóbrega Alves, R. R. (2019). Preservar, o no preservar, esa es la cuestión: las actitudes de los estudiantes urbanos y rurales hacia los vertebrados salvajes. *Medio ambiente, desarrollo y sostenibilidad* , 21 (3), 1271-1289. <https://doi.org/10.1007/s10668-018-0083-5>
- Del Carmen, L, y Pedrinaci E (1997). El uso del entorno y el trabajo de campo en L. Del Carmen (Coord), *La enseñanza y el aprendizaje de las ciencias de la naturaleza en la educación secundaria*. (pp 133-154). Editorial Horsori
- Del Carmen, L. (2011). El lugar de los trabajos prácticos en la construcción del conocimiento científico en la enseñanza de la Biología y la Geología en P. Cañal. (Coord.), *Didáctica de la Biología y la Geología*. (pp 91-108). Graó

- Del Toro, R. y Morcillo, J. (2011). Las actividades de campo en educación secundaria. Un estudio comparativo entre Dinamarca y España. *Enseñanza de las Ciencias de la Tierra*, 19(1), 39-47.
- Fernández F. (2011), The greatest impediment to the study of biodiversity in Colombia. *Caldasia*, 33(2):2-5.
- Fonseca, G. (2018). *El Conocimiento Profesional del Profesor de Biología sobre Biodiversidad. Un estudio de caso en la formación inicial durante la práctica pedagógica en la Universidad Distrital* [Tesis para optar al título de Doctor en Educación. Universidad Distrital Francisco José de Caldas]
- Franco S., Suárez C. M., Naranjo C. N., Báez L. C. y Rozo P. (2006). The effects of the armed conflict on the life and health in Colombia. *Cien Saude Colet*, 11(2), 349-361.
- García Ferrandis, I., Colomer Rubio, J. C., Mayoral Gracia-Berlanga, O. y Amórtegui Cedeño, E. F. (2020). Contribución de las salidas educativas al cambio de percepción del entorno en la formación del profesorado. *Aula de Encuentro*, 22(1), 111–140. <https://doi.org/10.17561/ae.v22n1.5>
- Gavidia, V. y Cristerna, M. (2000). Dimensión medioambiental de la ecología en los libros de texto de la educación secundaria obligatoria española. *Didáctica de las Ciencias Experimentales y Sociales*, 14, 53-67 <http://ojs.uv.es/index.php/dces/article/view/2925>
- Gómez Cubillos, D. L., Herrera Polania, J. F., Mosquera, J. A. y Amortequi Cedeño, E. F. (2018). Concepciones sobre ofidiofauna por formadores y estudiantes de una institución educativa rural del sur de Colombia. *VII Encontro Nacional de Ensino de Biología y I Encontro Regional de Ensino de Biología -Norte, September*, 648–657.
- Guevara, S., Quiroga, A., González, J. C. y Amórtegui, E. F. (2018). Arañas lobo: una estrategia didáctica para la enseñanza de la ecología en estudiantes de educación secundaria en E. F. Amórtegui y V. Gavidia (Ed.), *Innovación y Reflexiones en la Enseñanza de la Biología* (pp. 51-60). Editorial Universidad Surcolombiana, ISBN: 978-958-8896-36-6.
- Losey, J. y Vaughan, M. (2006). The Economic Value of Ecological Services Provided by Insects. *BioScience*, 56, 4.
- Mellado, V. (2011). Formación del profesorado de ciencias y buenas prácticas: el lugar de la innovación y la investigación didáctica en P. Cañal (Coord), *Biología y Geología. Investigación, innovación y buenas prácticas*. (pp 9-26). Graó
- Ministerio de Ambiente y Desarrollo Sostenible. (2020). *Planes de acción para la conservación de especies y ecosistemas, herramientas indispensables en la conservación de la Biodiversidad*. <https://cutt.ly/UgKyOG4>

- Myers, N. (2003). Biodiversity Hotspots Revisited. *BioScience*, 53(10), 96-707. [https://doi.org/10.1641/0006-3568\(2003\)053\[0916:BHR\]2.0.CO;2](https://doi.org/10.1641/0006-3568(2003)053[0916:BHR]2.0.CO;2)
- New, T. R. (2011). Launching and steering flagship Lepidoptera for conservation benefit. *Journal of Threatened Taxa*, 3(6), 1805-1817.
- Perdomo-Muñoz, A. C., Valenzuela, J. C., y Amortegui Cedeño, E. F. (2018). ¿Cómo contribuye el uso de los esquizómidos en la enseñanza-aprendizaje de la ecología de los arácnidos? un estudio en educación primaria. *Edición Especial Memorias IV Congreso de Investigación En Educación, En Ciencias y Tecnología*, 825–833.
- Pimm, S. L., G. J. Russell, J. L. Gittleman y J. L. Brooks. (1995O). The future of biodiversity. *Science*, 269, 347-350.
- Porlán, R. y Rivero, A. (1998). *El conocimiento de los profesores: una propuesta formativa en el área de ciencias*. Díada.
- Prokop, P. y Fančovičová, J. (2017) The effect of hands-on activities on children's knowledge and disgust for animals, *Journal of Biological Education*, 51(3), 305-314. DOI: 10.1080/00219266.2016.1217910
- Prokop, P., Fančovičová, J. y Kubiátko, M. (2009). Vampires are still alive: Slovakian students' attitudes toward bats. *An- throzoös*, 22 (1), 19–30.
- Prokop, P., Medina-Jerez, W., Coleman, J., Fancovicová, J., Özel, M. y Fedor, P. (2016). Tolerance of frogs among high school students: Influences of disgust and culture. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 12(6), 1499–1505. <https://doi.org/10.12973/eurasia.2016.1241a>
- Prokop, P. y Fančovičová, J. (2013). Does colour matter? The influence of animal warning coloration on human emotions and willingness to protect them. *Animal Conservation*, 16(4), 458–466. <https://doi.org/10.1111/acv.12014>
- Prokop, P. y Fančovičová, J. (2018). Effects of hands-on activities on conservation, disgust and knowledge of woodlice. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 14(3), 721–729. <https://doi.org/10.12973/ejmste/80817>
- Rennie, L. (2014). Learning science outside of school en N. Lederman y S. Abell. (Eds.), *Handbook of Research on Science Education* (pp 120-144). Routledge.
- Rivera, S. (2016). *Enseñanza y Aprendizaje de la Quiroptero fauna a través del diseño y aplicación de una unidad didáctica dirigida a estudiantes de octavo grado de la institución educativa técnico superior*. Universidad Surcolombiana.
- Rubiano Cardona, I. T., Berjan Bahamon, P. A., Reyes Valderrama, L. T., González-Gómez, J. C. y Amórtegui Cedeño, E. F. (2019). Relaciones ecológicas y artrópodos. Una revisión documental sobre su empleo como medio didáctico. *Bio-grafía*, 1722-1734. <https://revistas.pedagogica.edu.co/index.php/bio-grafia/article/view/11156>

- Sloan, S., Jenkins, C., Joppa, L., Gaveau, D. y Laurance, W. (2014). Remaining natural vegetation in the global biodiversity hotspots. *Biological Conservation*, 177, 12- 24. DOI: 10.1016/j.biocon.2014.05.027
- Snaddon, J. L., Turner, E. C. y Foster, W. A. (2008). Children's perceptions of rainforest biodiversity: Which animals have the lion's share of environmental awareness? *PLoS ONE*, 3(7), 1-5. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0002579>
- Tal, T. y Morag, O. (2009). Reflective Practice as a Means for Preparing to Teach Outdoors in an Ecological Garden. *Journal of Science Teacher Education*, 20(3), 245- 262. doi 10.1007/s10972-009-9131-1.
- Tardif, M. y Lessard, C. (2014). *O ofício de professor. História, perspectivas e desafios internacionais*. Editora Vozes.
- Valbuena, E. (2007). *El conocimiento didáctico del contenido biológico. Estudio de las concepciones disciplinares y didácticas de futuros docentes de la universidad pedagógica nacional (Colombia)* [Tesis para optar al título de Doctor en Didáctica de las Ciencias Experimentales, Universidad Complutense de Madrid]
- Wass, S. (1990). *Salidas escolares y trabajo de campo en la educación primaria*. Morata Ediciones.

# Polinomios generadores de números primos

Ronald Cordero Méndez

Universidad San Isidro Labrador, Costa Rica

Ronald.come@gmail.com

**Resumen:** Se presenta el Teorema de la Multiplicación (Factorización) de Cordero en  $\mathbb{Z}$ , si  $n = (s^2x^2 - s(s+2)x + p * s^2 + s + 1)(k - 1) + sx^2 - (s + 1)x + p * s$  con  $x, s, k \in \mathbb{Z}$  y  $p \in \{3,5,11,17,41\}$ , entonces  $n^2 + n + p$  se puede expresar como la multiplicación de dos números de la forma:  $P(s, x) = s^2x^2 - s(s+2)x + p * s^2 + s + 1$  y  $P(s, x, k) = -P(s, x)(k - 1)^2 + (2n + 1)(k - 1) + x^2 - x + p$ . Algunos ejemplos de aplicación del Teorema. Utilidad de  $n = (s^2x^2 - s(s+2)x + p * s^2 + s + 1)(k - 1) + sx^2 - (s + 1)x + p * s$ ,  $x, s, k \in \mathbb{Z}$  y  $p \in \{3,5,11,17,41\}$  en la construcción de La Criba de los “n” Cordero. Material de investigación útil en la construcción de programas informáticos necesarios en la criptografía.

**Palabras clave:** Polinomios, números primos, criba, números afortunados de Euler

## 1. Polinomios generadores de números primos y compuestos (Generador de números primos)

Los números primos han sido tema de muchas investigaciones, muchas repetitivas que contribuyen poco al tema, lo que verifica la frase del gran matemático Leonhard Euler que dice: “Los matemáticos han intentado en vano, hasta la actualidad descubrir algún orden en la secuencia de números primos, y tenemos razones para creer que se trata de un misterio que la mente humana nunca resolverá” (Leonard Euler, 1707-1783, mencionado por Camacho y Camacho, 2020, p.85). Hasta el momento en el año 2020 este misterio no ha sido resuelto, por lo que creo que Euler puede estar en lo cierto. Leonhard Euler nació el 15 de abril de 1707 en Basilea, Suiza y murió el 18 de septiembre de 1782 en San Petersburgo, Rusia (Aznar, 2007). Extraordinario matemático del siglo XVIII.

Otra frase que lo afirma dice:

El encanto de los números primos consistía quizás en la imposibilidad de explicar en qué orden aparecen. Cada uno se dispersa a su antojo, cumpliendo la condición de no tener más divisores que el uno y él mismo. Aunque no cabe duda de que cuanto más grandes son, más difícil resulta encontrarlos, y es imposible predecir su aparición siguiendo ninguna regla...”La fórmula preferida del profesor (Ogawa, 2003, mencionado por Frases y Pensamientos, s.f., párr. 4)

Nuestra pregunta ahora es cómo encontrar números primos, si no es posible encontrar una fórmula polinomial o de otro tipo que nos genere todos y cada uno de los números primos, o por lo menos una fórmula que genere solamente números primos aunque no sean consecutivos.



En algún momento dado aparecen los números compuestos que se mezclan con los números primos, por lo que me lleva a suponer que el cribado es una buena opción para encontrar números primos grandes.

Con ayuda de los polinomios  $P(n) = n^2 + n + p$ , donde  $p = 2, 3, 5, 11, 17, 41$  que resulta ser polinomios que generan números primos cuando  $n$  toma valores desde 0 hasta  $n = p - 2$ , y luego generan números compuestos y primos mezclados, por lo que el problema de encontrar una fórmula que genere solamente números primos no lo resuelve este tipo de polinomios. Pero encontrar un fórmula que genere los números compuestos que son generados por estos polinomios es el tema de la investigación además de buscar un procedimiento que ayude a cribar los números primos.

## 2. Polinomios de la forma $P(n) = n^2 + n + p$ , donde $p = 2, 3, 5, 11, 17, 41$

Los polinomios  $P(n) = n^2 + n + p$ , generan números primos, por ejemplo, se generan los números primos: 41, 43, 47, 53, 61, 71, 83, 97, 113, 181, 151, 173, 197, 223, 251, 281, 313, 347, 383, 421, 461, 503, 547, 593, 641, 691, 743, 707, 853, 911, 971, 1033, 1097, 1163, 1231, 1301, 1373, 1447, 1523, 1601

cuando  $P(n) = n^2 + n + 41$  y desde  $n = 0$  hasta  $n = 41 - 2 = 39$ , en total 40 números primos, pero a partir de  $n = 40$  se generan números compuestos y números primos. A este polinomio se le llama polinomio de Euler.

Otra forma de escribir el polinomio de Euler es  $P(n) = n^2 - n + 41$ , pero éste genera los números primos anteriores cuando,  $n$  toma valores desde 1 hasta 40.

Otro polinomio de esta forma que genera números primos es  $P(n) = n^2 + n + 17$  desde  $n = 0$  hasta  $n = 17 - 2 = 15$ , el cual fue descubierto por el matemático Adrien Marie Legendre:

Legendre nació en París en el año 1752 en una familia rica. Recibió educación en el Collage Mazarin en París, y defendió su tesis en física y matemática en 1770. Murió en París en el año 1833, después de una larga y penosa enfermedad. Su viuda conservó cuidadosamente las pertenencias del matemático para preservar su memoria. El último lugar donde vivió fue en el pueblo de Auteuil en París, Francia (Fernández y Tamaro, 2004, párr.1)

### 3. Los números afortunados de Euler

Primero dejemos claro que Goldbach y Legendre demostraron que no es posible encontrar un polinomio que dé números primos para todo número natural, el primero lo demostró para coeficientes enteros y el segundo para funciones algebraicas racionales.

El matemático Rabinowitz demostró que  $P(n) = n^2 + n + p$  da números primos para  $n = 0, \dots, p - 2$  si y solo si  $1 - 4p$  es el negativo de un número de Heegner, que son los únicos números positivos  $k$ , que cumplen no ser cuadrados perfectos y que en el anillo de enteros del cuerpo  $\mathbb{Q}(\sqrt{-k})$  es de factorización única.

Los números de Heegner son: 1,2,3,7,11,19,43, 67,163.

Además los números afortunados de Euler son los enteros positivos  $p$ , para los que  $1 - 4p = -k$ , siendo  $k$  un número de Heegner, y mediante comprobación obtenemos que los únicos posibles son 2, 3, 5, 11, 17, 41 y el número de Heegner asociado al 41 es el 163.

### 4. Aplicaciones del teorema

#### 4.1. El teorema de la multiplicación de Cordero en $\mathbb{Z}$

Si  $n = (s^2x^2 - s(s+2)x + p * s^2 + s + 1)(k - 1) + sx^2 - (s + 1)x + p * s$ ,  $x, s, k \in \mathbb{Z}$  y  $p \in \{3,5,11,17,41\}$ , entonces  $n^2 + n + p$  se puede expresar como la multiplicación de dos números de la forma:  $P(s, x) = s^2x^2 - s(s + 2)x + p * s^2 + s + y$   $P(s, x, k) = -P(s, x)(k - 1)^2 + (2n + 1)(k - 1) + x^2 - x + p$

Las fórmulas anteriores nos permiten encontrar valores de “n” que al sustituir en los polinomios de la forma  $p(n) = n^2 + n + p$  donde  $p \in \{3,5,11,17,41\}$  obtenemos siempre un número compuesto así como encontrar una factorización en dos factores de la expresión  $n^2 + n + p$ . (La factorización no necesariamente es completa)

#### Aplicación 1

Sea  $s = 12, x = 15, k = 8$  y  $p = 41$

$$n = (s^2x^2 - s(s+2)x + p * s^2 + s + 1)(k - 1) + sx^2 - (s + 1)x + p * s$$

$$\Rightarrow n = (12^2(15)^2 - 12(12 + 2)(15) + 41 * 12^2 + 12 + 1)(8 - 1) + 12(15)^2 - (12 + 1)(15) + 41 * 12 = 253576$$

Ahora:

$$P(s, x) = s^2x^2 - s(s + 2)x + p * s^2 + s + 1$$

$$\Rightarrow P(12,15) = (12^2(15)^2 - 12(12 + 2)(15) + 41 * 12^2 + 12 + 1)$$

$$\Rightarrow P(12,15) = 35797$$

Por otro lado:

$$P(s, x, k) = -p(s, x)(k - 1)^2 + (2n + 1)(k - 1) + x^2 - x + p$$

$$\Rightarrow P(8, -5, 3) = -35797 * 49 + (2 * 253576 + 1) * 7 + (15)^2 - 15 + 41 = 1796269$$

Por el teorema:

$$P(n) = n^2 + n + p = P(s, x) * P(s, x, k)$$

$$\Rightarrow P(253531) = 253576^2 + 253576 + 41 = 35797 * 1796269$$

Donde 35797 y 1796269 son números primos.

### Aplicación 2

Sea  $s = 1$ ,  $x = 2^{77232917} - 1$ ,  $k = 2$  y  $p = 41$ . Entonces:

$$\Rightarrow n = (s^2x^2 - s(s + 2)x + p * s^2 + s + 1)(k - 1) + sx^2 - (s + 1)x + p * s$$

$$\Rightarrow n = ((2^{77232917} - 1)^2 - (1 + 2)(2^{77232917} - 1) + 41 + 1 + 1)(2 - 1) + (2^{77232917} - 1)^2 - (1 + 1)(2^{77232917} - 1) + 41$$

$$\Rightarrow n = (2^{154465834} - 2 * 2^{77232917} - 3 * 2^{77232917} + 47) + 2^{154465834} - 2 * 2^{77232917} + 1 - 2 * 2^{77232917} + 2 + 41$$

$$\Rightarrow n = 2 * 2^{154465834} - 9 * 2^{77232917} + 91$$

Ahora:

$$P(s, x) = s^2x^2 - s(s + 2)x + p * s^2 + s + 1$$

$$\Rightarrow P(1, 2^{77232917} - 1) = 2^{154465834} - 5 * 2^{77232917} + 47$$

$$\Rightarrow P(s, x, k) = -p(s, x)(k - 1)^2 + (2n + 1)(k - 1) + x^2 - x + p$$

Por otro lado:

$$P(1, 2^{77232917} - 1, 2) = -2^{154465834} + 5 * 2^{77232917} - 47 + 4 * 2^{154465834} - 18 * 2^{77232917} + 183 + 2^{154465834} - 2 * 2^{77232917} + 1 - 2^{77232917} + 1 + 41$$

$$\Rightarrow P(1, 2^{77232917} - 1, 2) = 4 * 2^{154465834} - 16 * 2^{77232917} + 179$$

Por el teorema

$$P(n) = n^2 + n + p = P(s, x) * P(s, x, k)$$

$$\Rightarrow P(2^{154465835} - 9 * 2^{77232917} + 91) = (2^{154465835} - 9 * 2^{77232917} + 91)^2 + (2^{154465835} - 9 * 2^{77232917} + 91) + 41$$

$$= (2^{154465834} - 5 * 2^{77232917} + 47) * (4 * 2^{154465834} - 16 * 2^{77232917} + 179)$$

Se necesitaría un ordenador para probar que

$2^{154465834} - 5 * 2^{77232917} + 47$  y  $4 * 2^{154465834} - 16 * 2^{77232917} + 179$  son números primos o compuestos cuyos factores son números primos muy grandes.

### Aplicación 3

Sea  $s = 1500$ ,  $x = 800$ ,  $k = 300$  y  $p = 5$

$$n = (s^2x^2 - s(s+2)x + p * s^2 + s + 1)(k - 1) + sx^2 - (s + 1)x + p * s$$

$$\Rightarrow n = ((1500)^2(800)^2 - 1500(1500 + 2)(800) + 5 * (1500)^2 + 1500 + 1)(300 - 1) + 1500(800)^2 - (1500 + 1)(800) + 11 * 1500 = 430025405405499$$

Por otro lado:

$$P(s, x) = s^2x^2 - s(s + 2)x + p * s^2 + s + 1$$

$$\Rightarrow P(1500, 800) = 1438208851501$$

Ahora:

$$P(s, x, k) = -P(s, x)(k - 1)^2 + (2n + 1)(k - 1) + x^2 - x + p$$

$$P(1500, 800, 300) = -1438208851501 * 299^2 + (2 * 430025405405499 + 1) * 299 + (800)^2 - 800 + 5 = 128577882900087005$$

Por el teorema

$$P(n) = n^2 + n + p = P(s, x) * P(s, x, k)$$

$$\Rightarrow P(430025405405499) = (430025405405499)^2 + 430025405405499 + 5 = 1438208851501 * 128577882900087005$$

Donde 1438208851501 es primo y 128577882900087005 es compuesto.

### Aplicación 4

$s = -453877$ ,  $x = -8491$  y  $p = 11$  tenemos que:

$$P(-453877, -8491) = (-453877)^2 * (-8491)^2 - 453877 * 453875 * 8491 + 11 * (-453877)^2 - 453877 + 1 = 14850564038738095205 = 5 * 89 * 33372054019636169$$

de donde 5, 89 y 33372054019636169 son números primos.

### Aplicación 5

$s = 34567893426789$ ,  $x = 0$  y  $p = 41$  tenemos que:

$$P(34567893426789, 0) = (34567893426789)^2 * (0)^2 - 34567893426789 * 34567893426791 * 0 + 41 * (34567893426789)^2 + 34567893426789 + 1$$

$$= 48992509494599562853310298151$$

$= 44059 * 104486463803 * 10642288263263$ , donde  $44059, 104486463803$  y  $10642288263263$  son números primos.

### **Aplicación 6**

$s = 2349$ ,  $x = -345$  y  $p = 41$  tenemos que:

$$P(2349, -345) = 2349^2 * (-345)^2 - 2349 * 2351 * (-345) + 41 * 2349^2 + 2349 + 1 = 658887758371 = 41 * 16070433131, \text{ donde } 41 \text{ y } 16070433131 \text{ son números primos.}$$

### **Aplicación 7**

$s = 453891$ ,  $x = 849$  y  $p = 41$  tenemos que:

$$P(453891, 849) = 453891^2 * (849)^2 - 453891 * 453893 * 849 + 41 * 453891^2 + 453891 + 1 = 148330825824787807 = \underline{1699 * 8730478271029}, \text{ donde } 1699 \text{ y } 8730478271029 \text{ son números primos.}$$

### **Aplicación 8**

Sea  $s = 2349$ ,  $x = -345$  y  $p = 41$  tenemos que:

$$P(2349, -345) = 41 * 16070433131$$

Sea  $k = 8$ , entonces:

$$n = (41 * 16070433131)(8 - 1) + 2349(-345)^2 - (2350) * (-345) + 41 * 2349 \\ \Rightarrow n = 4612494805381$$

Luego:

$$P(s, x, k) = -41 * 16070433131 * (8 - 1)^2 + (2 * 4612494805381 + 1)(8 - 1) + (-345)^2 - (-345) + 41 = 32289427234573 = 15901 * 2030653873 \text{ donde } 15901 \text{ y } 2030653873 \text{ son primos.}$$

Observemos que:

$$P(n) = n^2 + n + 41 = 41 * 16070433131 * 15901 * 2030653873$$

$$\text{con } n = 4612494805381$$

### **Aplicación 9**

Sea  $s = 10$ ,  $k = 4$  y  $x = -5$  encontrar  $n$ ,  $P(n) = n^2 + n + 41$ ,  $P(s, x)$  y  $P(s, x, k)$

Solución:

$$n = (100 * 25 + 120 * 5 + 4100 + 11) * 3 + 10 * 25 + 11 * 5 + 410 = 22348$$

$$P(n) = 22348^2 + 22348 + 41 = 499455493$$

$$P(s, x) = 100 * 25 + 120 * 5 + 4100 + 11 = 7211$$

El otro factor se puede encontrar haciendo la división,  $\frac{p(n)}{p(s,x)}$  o utilizando la fórmula.

$$\frac{P(n)}{P(s,x)} = \frac{499455493}{7211} = 69263 \text{ o } P(s, x, k) = -7211 * 9 + (2 * 22348 + 1) * 3 + 25 + 5 + 41 = 69263$$

Además:

$$P(n) = n^2 + n + 41 = 22348^2 + 22348 + 41 = 499455493 = 7211 \cdot 69263$$

### **Aplicación 10**

Sea  $s = 30, k = 7$  y  $x = 8$  encontrar  $n$ ,  $P(n) = n^2 + n + 11$ ,  $P(s, x)$  y  $P(s, x, k)$

Solución:

$$n = (900 * 64 - 960 * 8 + 11 * 900 + 31) * 6 + 30 * 64 - 31 * 8 + 11 * 30 = 361108$$

$$P(n) = 361108^2 + 361108 + 11 = 130399348783$$

$$P(s, x) = 900 * 64 - 960 * 8 + 11 * 900 + 31 = 59851$$

El otro factor se puede encontrar haciendo la división,  $\frac{p(n)}{p(s,x)}$  o utilizando la fórmula.

$$\frac{P(n)}{P(s, x)} = \frac{130399348783}{59851} = 2178733$$

$$P(s, x, k) = -59851 * 36 + (2 * 361108 + 1) * 6 + 64 - 8 + 11 = 2178733$$

Así:

$$P(n) = 361108^2 + 361108 + 11 = 130399348783 = 59851 \cdot 2178733$$

### **Aplicación 11**

Sea  $s = 15, k = 100$  y  $x = -2$  encontrar  $n$ ,  $P(n) = n^2 + n + 41$ ,  $P(s, x)$  y  $P(s, x, k)$

Solución:

$$n = (225 * 4 + 255 * 2 + 41 * 225 + 16) * 99 + 15 * 4 + 16 * 2 + 615 = 1055156$$

$$P(n) = 1055156^2 + 1055156 + 41 = 1113355239533$$

Entonces:

$$P(s, x) = 225 * 4 + 255 * 2 + 41 * 225 + 16 = 10651$$

El otro factor se puede encontrar haciendo la división,  $\frac{P(n)}{P(s,x)}$  o utilizando la fórmula.

$$\frac{P(n)}{P(s, x)} = \frac{1113355239533}{10651} = 104530583$$

O también:

$$P(s, x, k) = 4 + 2 + 41 - 10651 * 99^2 + (2 * 1055156 + 1) * 99 = 104530583$$

Luego:

$$P(n) = 1055156^2 + 1055156 + 41 = 1113355239533 = 10651 \cdot 104530583$$

## 5. La Criba de los $n$ Cordero

Tenemos que:

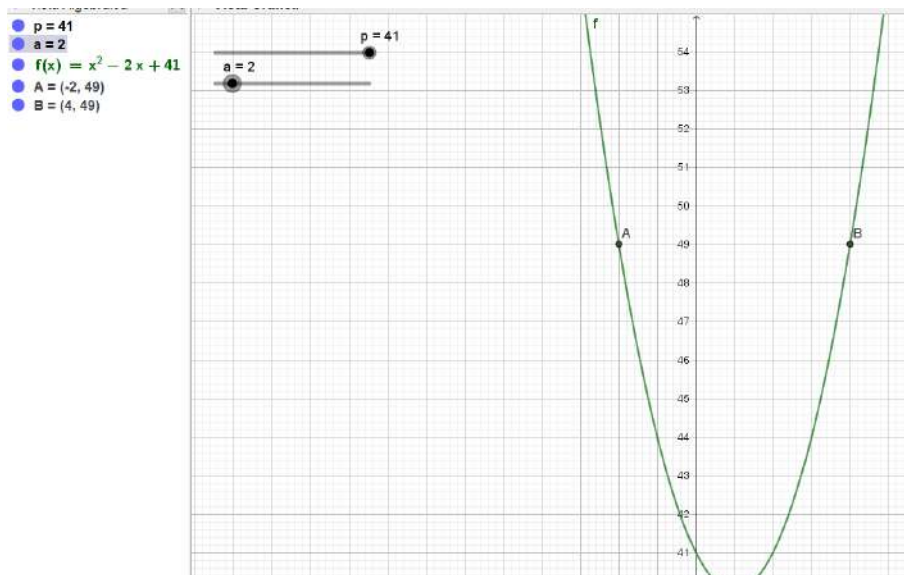
$$n = (s^2x^2 - s(s+2)x + p * s^2 + s + 1)(k - 1) + sx^2 - (s + 1)x + p * s$$

donde  $x, s, k \in \mathbb{Z}$ , con  $p \in \{3, 5, 11, 17, 41\}$   $-a \leq x \leq a + 2$ ,  $a \in \mathbb{N}^*$ ,  $x \in \mathbb{Z}$

Si  $s = 1$  y  $k = 1$  obtenemos  $n = x^2 - 2x + p$  donde  $f(x) = x^2 - 2x + p$  es la parábola que está por “fuera” de las demás parábolas (Figura 1).

**Figura 1**

*Parábola*



Si evaluamos  $f(x) = x^2 - 2x + p$  en los extremos del intervalo, obtenemos:

$$f(-a) = (-a)^2 - 2 \cdot (-a) + p = a^2 + 2a + p$$

$$f(a+2) = (a+2)^2 - 2(a+2) + p = a^2 + 4a + 4 - 2a - 4 + p = a^2 + 2a + p$$

O sea da el mismo valor.

El vértice de la parábola que está “por fuera”  $f(x) = x^2 - 2x + p$  es  $(1, p - 1)$

Si estudiamos el codominio  $[0, a^2 + 2a + p[$  para la función parabólica:  $f(x) = x^2 - 2x + p$

Definimos el conjunto de funciones:

$$f(x) = (s^2x^2 - s(s+2)x + p * s^2 + s + 1) * (k - 1) + s * x^2 - (s + 1)x + p * s$$

$$\text{Con } 1 \leq s \leq \frac{a^2+2a+p}{p}, \quad s, k \in \mathbb{N}, \quad \begin{cases} s \geq 1 & \text{si } k = 1 \\ s \geq 2 & \text{si } k \neq 1 \end{cases} \text{ y codominio } 0 \leq n < a^2 + 2a + p$$

Resolver la inecuación:

$$n = (s^2x^2 - s(s+2)x + p * s^2 + s + 1) * (k - 1) + s * x^2 - (s + 1)x + p * s \leq a^2 + 2a + p$$

$$\text{Con } 1 \leq s \leq \frac{a^2+2a+p}{p}, \quad s, k \in \mathbb{N}, \quad \begin{cases} s \geq 1 & \text{si } k = 1 \\ s \geq 2 & \text{si } k \neq 1 \end{cases} \text{ y codominio } [0, a^2 + 2a + p[$$

O también:

$$\left[ \frac{2ta^2 + (4t-2)a + 2tp - 1}{2t}, a^2 + 2a + p \right], \quad t \in \mathbb{N}$$

Luego se eliminan todos los valores de  $n$  obtenidos en las inecuaciones y que están en el intervalo  $[0, a^2 + 2a + p[$ . Los valores de  $n$  que quedan en el intervalo se evalúan en  $P(n) = n^2 + n + p$  obteniéndose solamente números primos

### 5.1. Aplicaciones

Utilicemos la Criba para un  $a = 20$ ,  $p = 41$  tenemos que  $a^2 + 2a + 41 = 481$  con  $s = 1$ ,  $k = 1$  y  $p = 41$ .

$$n = x^2 - 2x + 41 \leq 481$$

$$-20 \leq x \leq 22$$

Obtenemos:

$$n = 40, 41, 44, 49, 56, 65, 76, 89, 104, 121, 140, 161, 184, 209, 236, 265, 296, 329, 364, 401, 440, 481$$

Nota: Se toma solo una vez los valores de  $n$  que se repiten.



Ahora damos valores a  $s = 2, k = 1, n = 2x^2 - 3x + 82 < 481$

$$-13 \leq x \leq 14$$

Obtenemos:

$n$   
 = 81, 82, 84, 87, 91, 96, 102, 109, 117, 126, 136, 147, 159, 172, 186, 201, 217, 234, 252, 271,  
 291, 312, 334, 357, 381, 406, 432, 459

Continuamos con  $s = 3, k = 1, n = 3x^2 - 4x + 123 < 481$

$$-10 \leq x \leq 11$$

Obtenemos:  $n = 122, 123, 127, 130, 138, 143, 155, 162, 178, 187, 207, 218, 242,$   
 255, 283, 298, 330, 347, 383, 402, 442, 463.

Continuamos con  $s = 4, k = 1, n = 4x^2 - 5x + 164 < 481$

$$-8 \leq x \leq 9$$

$n$   
 = 163, 164, 170, 173, 185, 190, 208, 215, 239, 248, 278, 289, 325, 338, 380, 395, 443, 460.

Continuamos con  $s = 5, k = 1, n = 5x^2 - 6x + 205 < 481$

$$-6 \leq x \leq 8$$

$n = 204, 205, 213, 216, 232, 237, 261, 268, 300, 309, 349, 360, 408, 421, 477.$

Continuamos con  $s = 6, k = 1, n = 6x^2 - 7x + 246 < 481$

$$-5 \leq x \leq 6$$

$n = 245, 246, 256, 259, 279, 284, 314, 321, 361, 370, 420, 431.$

Continuamos con  $s = 7, k = 1, n = 7x^2 - 8x + 287 < 481$

$n = 286, 287, 299, 302, 326, 331, 367, 374, 422, 431.$

$$-4 \leq x \leq 5$$

Continuamos con  $s = 8, k = 1, n = 8x^2 - 9x + 328 < 481$

$$-3 \leq x \leq 4$$

$n = 327, 328, 342, 345, 373, 378, 420, 427$

Continuamos con  $s = 9, k = 1, n = 9x^2 - 10x + 369 < 481$

$$-3 \leq x \leq 4$$

$$n = 368, 369, 385, 388, 420, 425, 473, 480$$

Continuamos con  $s = 10$ ,  $k = 1$ ,  $n = 10x^2 - 11x + 410 < 481$

$$-2 \leq x \leq 3$$

$$n = 409, 410, 428, 431, 467, 472$$

Continuamos con  $s = 11$ ,  $k = 1$ ,  $n = 11x^2 - 12x + 451 < 481$

$$-1 \leq x \leq 2$$

$$n = 450, 451, 471, 474$$

Continuamos con  $s = 2$ ,  $k = 2$ ,  $n = 6x^2 - 11x + 249 < 481$

$$-5 \leq x \leq 7$$

$$n = 244, 249, 251, 266, 270, 295, 301, 336, 344, 389, 399, 454, 466.$$

Continuamos con  $s = 2$ ,  $k = 3$ ,  $n = 10x^2 - 19x + 416 < 481$

$$-1 \leq x \leq 3$$

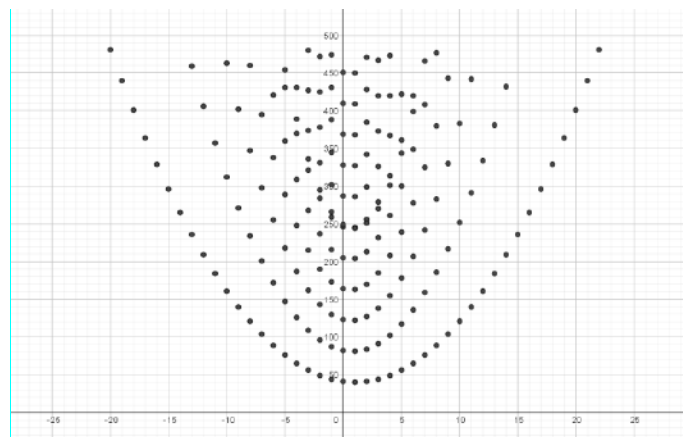
$$n = 407, 416, 418, 445, 449.$$

Para otros casos se obtiene números repetidos y para valores más grandes se pasa de 481.

La gráfica de los  $n$  que generan números primos compuestos en  $P(n) = n^2 + n + 41$  se puede observar en la Figura 2.

## Figura 2

*Gráfica de los  $n$  que generan números primos compuestos*



En total obtenemos los valores para  $n$ :

40,41,44,49,56,65,76,81,82,84,87,89,91,96,102,104,109,117,121,122,123,126,127,130,136,  
138,140,143,147,155,159,161,162,163,164,170,172,173,178,184,185,186,187,190,201,204,  
205,207,208,209, 213,215,216, 217, 218,232, 234, 236, 237, 239, 242,244,245,246,248,249,  
251, 252, 255, 256, 259, 261, 265, 266, 268, 270, 271, 278, 279, 283, 284, 286, 287, 289,  
291, 295, 296, 298, 299, 300, 301, 302, 309, 312, 314,321,325,326,327, 328,  
329,330,331,334,336, 338,342,344,345, 347,349,357, 360, 361,364, 367,368, 369,370, 373,  
374,378,380,381,383,385,388,389, 395,399,401,402, 406,407, 408, 409, 410, 416, 418, 420,  
421, 422, 425, 427,428, 431, 432, 440, 442, 443,445, 449, 450, 451,454, 459, 460, 463, 466,  
467,471, 472, 473,474, 477, 480, 481

En total 167 valores de  $n$ , que al evaluarlos en  $P(n) = n^2 + n + 41$  obtenemos números compuestos.

Cribando estos números, obtenemos:

0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20,21,22,23,24,25,26,27,28,29, 30, 31, 32,  
33, 34, 35, 36, 37,38,39,42,43,45,46,47,48,50,51,52,53,54,55,57,58,59,60, 61, 62, 63, 64,  
66, 67, 68, 69, 70, 71, 72,73,74,75,77,78,79, 80, 83, 85, 86, 88,90, 92,93,94, 95, 97, 98, 99,  
100,101,103,105,106,107,108,110,111,112,113,114,115,116,118,119,120,124,125,128,129,  
131,132,133,134,135,137,139,141,142,144,145,146,148,149,150,151,152,153,154,156,157,  
158,160,165,166,167,168,169,171,174,175,176,177,179,180,181,182,183,188,189,191,192,  
193,194,195,196,197,198,199,200,202,203,206,210,211,212,214,219,220,221,222,223,224,  
225,226,227,228,229,230,231,233,235,238,240,241,243,247,250,253,254,257,258,260,262,  
263,264, 267, 269, 272, 273, 274,275,276,277,280,281,282, 285, 288, 290,292,293,294, 297,  
303, 304, 305,306, 307,308,310,311, 313, 315,316,317,318,319,320, 322,323, 324,332, 333,  
335,337, 339,340, 341, 343,346, 348, 350,351, 352, 353, 354, 355, 356, 358, 359, 362,  
363,365,366,371, 372,375,376,377,379, 382,384,386,387,390, 391,392, 393, 394, 396, 397,  
398, 400, 403, 404, 405, 411, 412, 413, 414,415, 417, 419, 423, 424, 426, 429,430,433, 434,  
435, 436, 437, 438, 439, 441, 444, 446, 447, 448, 452, 453, 455, 456, 457, 458, 461, 462,  
464, 465, 468, 469, 470, 475, 476, 478, 479.

En total 315 valores de  $n$  que al evaluarlos en  $P(n) = n^2 + n + 41$  siempre se obtiene un número primo. Estos números primos son:

41,43,47,53,61,71,83,97,113,131,151,173, 197, 223, 251, 281, 313, 347, 383, 421, 461, 503,  
547, 593, 641, 691, 743, 797, 853, 911, 971, 1033, 1097, 1163, 1231, 1301, 1373, 1447,  
1523,1601, 1847, 1933, 2111, 2203, 2297, 2393, 2591, 2693, 2797, 2903, 3011, 3121, 3347,  
3463, 3581, 3701, 3823, 3947, 4073, 4201, 4463, 4597, 4733, 4871, 5011, 5153, 5297, 5443,  
5591, 5741, 6047, 6203, 6361, 6521, 7013, 7351, 7523, 7873, 8231, 8597, 8783, 8971, 9161,  
9547, 9743, 9941, 10141, 10343, 10753, 11171, 11383, 11597, 11813, 12251, 12473, 12697,  
12923, 13151, 13381, 13613, 14083, 14321, 14561, 15541, 15791, 16553, 16811, 17333,  
17597, 17863, 18131, 18401, 18947, 19501, 20063, 20347, 20921, 21211, 21503, 22093,

22391, 22691, 22993, 23297, 23603, 23911, 24533, 24847, 25163, 25801, 27431, 27763, 28097, 28433, 28771, 29453, 30491, 30841, 31193, 31547, 32261, 32621, 32983, 33347, 33713, 35573, 35951, 36713, 37097, 37483, 37871, 38261, 38653, 39047, 39443, 39841, 40241, 41047, 41453, 42683, 44351, 44773, 45197, 46051, 48221, 48661, 49103, 49547, 49993, 50441, 50891, 51343, 51797, 52253, 52711, 53171, 53633, 54563, 55501, 56923, 57881, 58363, 59333, 61297, 62791, 64303, 64811, 66347, 66863, 67901, 68947, 69473, 70001, 71597, 72671, 74297, 74843, 75391, 75941, 76493, 77047, 78721, 79283, 79847, 81551, 83273, 84431, 85597, 86183, 86771, 88547, 92153, 92761, 93371, 93983, 94597, 95213, 96451, 97073, 98323, 99581, 100213, 100847, 101483, 102121, 102761, 104047, 104693, 105341, 110597, 111263, 112601, 113947, 115301, 115981, 116663, 118033, 120103, 121493, 122891, 123593, 124297, 125003, 125711, 126421, 127133, 127847, 128563, 129281, 131447, 132173, 133631, 134363, 138053, 138797, 141041, 141793, 142547, 144061, 146347, 147881, 149423, 150197, 152531, 153313, 154097, 154883, 155671, 157253, 158047, 158843, 160441, 162853, 163661, 164471, 169373, 170197, 171023, 171851, 172681, 174347, 176021, 179393, 180241, 181943, 184511, 185371, 187963, 188831, 189701, 190573, 191447, 192323, 193201, 194963, 197621, 199403, 200297, 201193, 204797, 205703, 207521, 208433, 209347, 210263, 213023, 213947, 215801, 216731, 219533, 220471, 221411, 226141, 227093, 229003, 229961.

O sea desde  $n = 0$ , hasta  $n = 481$  el 34,65% de los valores de  $n$ , generan números compuestos al evaluarlos en el polinomio de Euler y el 65,35% son número primos.

En esta criba el número primo más pequeño es  $p(0) = 0^2 + 0 + 41 = 41$  y el más grande es  $P(479) = 479^2 + 479 + 41 = 229961$

Nota. Las fórmulas aquí publicadas nos permite encontrar números primos muy grandes, o números compuestos que son el producto de números primos grandes, útiles en la criptografía. Las fórmulas pueden ser la fundamentación matemática para desarrollar programas informáticos o Software que sean utilizados en la protección de información, necesaria a nivel personal como a nivel mundial.

### Referencias bibliográficas

Aznar, E. (2007). *Leonhard Euler Matemático (1707 Basilea, Suiza, 1783 San Petersburgo, Rusia)*. <https://www.ugr.es/~eaznar/euler.htm>

Camacho, J. y Camacho, O. (2020). *Dos Científicos Bajo Un Fresno: Un Viaje A La Ciencia En Doce Escritos*. Google Books.

Fernández, T. y Tamaro, E. (2004). *Adrien-Marie Legendre*. <https://www.biografiasyvidas.com/biografia/l/legendre.htm>

Frases y Pensamientos. (s.f.). *Frases de números primos*. <https://www.frasesypensamientos.com.ar/frases-de-numeros-primos.html>

# Propuesta metodológica para el aprendizaje de Sucesiones, en la modalidad de Educación Abierta

Licda. Charlene López Quesada  
Universidad de Costa Rica  
charlene.lopez@ucr.ac.cr

Lic. Luis Fernando Mejías Molina  
Universidad de Costa Rica  
luis.mejiasmolina@ucr.ac.cr

Licda. Jennifer Tatiana Quesada  
Canales  
Universidad de Costa Rica  
jennifer.quesadacanales@ucr.ac.cr

**Resumen:** Esta investigación establece una propuesta metodológica que aborda el tema de sucesiones en séptimo nivel (Térraba), en la modalidad de educación abierta, a la luz de la teoría de situaciones didácticas. La propuesta metodológica contiene tres módulos dos de ellos dirigidos al proceso de aprendizaje por parte del estudiante y un módulo creado como apoyo a la labor docente, considerando el juego como herramienta facilitadora de los contenidos y habilidades presentes en el programa de estudios de matemática del Ministerio de Educación Pública.

**Palabras clave:** Aprendizaje de sucesiones, educación abierta, teoría de situaciones didácticas, juegos, programa de estudios matemática.

## 1. Introducción

El derecho a la educación comienza con el nacimiento y continúa a lo largo de la vida. Por esta razón, como complemento de la enseñanza formal, deberán ofrecerse oportunidades amplias y flexibles de aprendizaje por medios no formales, con recursos y mecanismos adecuados, mediante un aprendizaje informal estimulante, aprovechando, entre otras, las Tecnologías de la Información y Comunicación (UNESCO, 2016).

Dentro de los desafíos del sistema educativo costarricense, se tiene pendiente la búsqueda de sistemas educativos flexibles con diversas opciones de continuidad en la trayectoria educativa, con ofertas pertinentes y suficientes para atender las necesidades educativas de quienes, habiendo interrumpido el proceso de educación, desean y requieren retomarlo (Blanco, 2009).

Para el año 2016, el Consejo Superior de Educación toma el acuerdo número 03-65-2016 que orienta la confección de una nueva política educativa, con la finalidad de alinear la educación costarricense en una novedosa etapa de su desarrollo. Dicha política educativa, dictada en 2017, se denomina La persona: centro del proceso educativo y sujeto transformador de la sociedad, es heredera de los importantes avances mencionados (Consejo Superior de Educación, 2017).

Estas políticas educativas pretenden asegurar el acceso de las poblaciones en desventaja social y en condición de vulnerabilidad a los servicios sociales básicos, por lo que se evidencia la búsqueda de una mayor responsabilidad en instituciones tanto públicas como privadas en procura del beneficio de este tipo de población (Chávez, 2015).

El Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (MEP) aspira a ofrecer y reforzar la educación para jóvenes y adultos que por diversas situaciones dejan el sistema formal de educación secundaria, por tanto, es notorio que las acciones políticas educativas están dirigidas al objetivo de superar el desafío descrito.

Una de estas ofertas educativas establecida es el proyecto de Educación Abierta que permite a la población mayor de 12 años incorporarse a completar algunos de los ciclos de la educación formal, tal es el caso del Tercer Ciclo de la Educación General Básica.

El Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (2012) indica que: “El dominio de las habilidades y el desarrollo de la competencia matemática se propone realizar a partir de la mediación pedagógica: la organización de las lecciones, de las tareas matemáticas y la acción directa docente en el aula” (p. 14).

Ahora bien, el Programa de Estudio de Matemática del Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (2012), dentro del área de Relaciones y Álgebra, describe que las funciones se colocan en otra perspectiva más concreta: relaciones de cambio entre dos variables, que dependen entre sí. Las funciones vistas así están asociadas a relaciones más generales, como pueden ser las relaciones de orden, las relaciones de divisibilidad, las sucesiones, la proporcionalidad, los porcentajes, las velocidades o razones de cambio.

El proceso evolutivo de enseñanza y aprendizaje del proyecto de Educación Abierta consiste en la asistencia presencial a tutorías o bien que cada estudiante se prepare de manera independiente en la casa, por medio de los recursos que brinda el proyecto, por esta razón, se decide incursionar en la modalidad de Educación Abierta, debido a su gran importancia para cumplir con las expectativas que se mencionan anteriormente, tanto para el beneficio de los estudiantes como para el apoyo del docente, ya que, al tener material de apoyo limitado en esta línea educativa, se comete el error de la mediación didáctica como clases magistrales.

Además de centrar la atención en el estudiante, la Teoría de Situaciones Didácticas (TSD) propone que el estudiante pueda construir sus conocimientos a través de una serie de interacciones con su contexto (situaciones), tal como también lo propone el Programa de Estudio de Matemática del Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (MEP, 2012), mediante la forma de organización de las lecciones planteada en dicho documento.

Por lo tanto, se decide trabajar en esta investigación con la Teoría de Situaciones Didácticas; al ser una teoría centrada en el estudiante que se adapta a la modalidad de Educación Abierta, a las metodologías que se proponen en los programas del MEP, a tener el estudiante la mayor parte de la responsabilidad por su aprendizaje y a los objetivos de la educación costarricense.

Por otra parte, el Programa de Estudio de Matemática del Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (MEP, 2012) pretende desarrollar en los estudiantes una competencia matemática, definida como: “... una capacidad de usar las matemáticas para entender y actuar sobre diversos contextos reales...” (p. 14). Asimismo, se destaca la importancia de potenciar habilidades asociadas a los niveles de abstracción que alcanzan los estudiantes, de manera que se procuren tareas de razonamiento y argumentación.

Este tipo de habilidades se le atribuye al área de Relaciones y Álgebra del programa de estudios, al ser esta la rama de la matemática que fortalece el razonamiento lógico de los estudiantes, al enfrentarlos a conceptos complicados y cambiantes y de esta manera promover formas diferentes de pensamiento.

Además, estas destrezas para resolver problemas y pensar de forma crítica pueden ayudar a los estudiantes a tener éxito en el trabajo y en la vida, aún si no continúan sus estudios, lo cual es una característica común en la población meta de estos proyectos educativos; sin importar que continúen con estudios superiores o no, se les debe dar las herramientas necesarias para tener una mejor calidad de vida promoviendo la oportunidad de optar por un mejor trabajo y así enfrentarse a la realidad social.

Por lo anterior, y por las dificultades que presentan los estudiantes alrededor del álgebra evidenciadas en el trabajo de Garrote et al. (2004), se inspira esta investigación a enfocarse en la rama del álgebra, con el fin de fortalecer y ayudar a los estudiantes a la hora de enfrentarse a la transición de la aritmética al álgebra, siendo esta un área de mucha importancia para la formación de ciudadanos capaces de enfrentarse y resolver situaciones complejas de la vida cotidiana.

De esta manera, se presentará una guía docente que contiene tres módulos: el primero, dirigido al autoaprendizaje de los estudiantes, el segundo, una propuesta metodológica para realizar en el aula, y el tercero, también dirigido al autoaprendizaje de los estudiantes, como ejercicios de reforzamiento de los conocimientos.

## **2. Propuesta metodológica**

La presente secuencia constituye una propuesta metodológica para el docente de Educación Abierta, que le permita mediar el proceso de enseñanza del tema de sucesiones, el cual se ubica en el nivel de séptimo año según los programas del Ministerio de Educación Pública.

La secuencia didáctica utilizada está basada en la Teoría de Situaciones Didácticas de Brousseau. Es importante aclarar que en esta propuesta se plantean algunas de las situaciones presentes en la teoría en los módulos de autoaprendizaje para el estudiante y otras en el módulo de trabajo en clase.

La propuesta didáctica consta de tres módulos, de los cuales dos van dirigidos al estudiante donde se impulsa y orienta su autoaprendizaje, y uno es dirigido al docente para guiarlo durante la clase presencial del proyecto. Dichos módulos se desarrollan en torno a dos videos, de elaboración propia, diseñados para que el estudiante participe durante la visualización de los mismos; y un juego de cartas llamado Eslabones y Cadenas, de elaboración propia también, que es una adaptación del juego Phase 10 y Ron (Naípe).

La idea de secuencia de la aplicación de los módulos es que el docente, en la lección antes de abarcar el tema de sucesiones, deje como tarea el módulo 1, de autoaprendizaje. Luego de esto, que, durante la clase presencial, el docente desarrolle el módulo 2 y, por último, el módulo 3, también dirigido al autoaprendizaje del estudiante, se deja como tarea al final de

la lección presencial a modo de refuerzo. A continuación, se explica en qué consiste cada módulo mencionado:

### **Características Generales de la Propuesta**

Modalidad de la propuesta:

- Proyectos de Educación Abierta propuestos por el MEP

Conocimientos por desarrollar:

- Sucesiones y sus representaciones: Ley de formación y patrones.

Habilidades por desarrollar con la propuesta:

- Identificar la ley de formación de una sucesión utilizando lenguaje natural, tabular y algebraico.
- Plantear y resolver problemas relacionados con sucesiones y patrones.

Materiales por utilizar:

- Páginas interactivas.
- Juego Eslabones y Cadenas.

### ***Módulo 1***

Consiste en un póster digital interactivo que se encuentra en el siguiente enlace: <https://edu.glogster.com/glog/sucesiones/38t6f0c5wko>. La idea es que los estudiantes ingresen, con ayuda de sus teléfonos inteligentes o computadora desde sus casas, y realicen las actividades que ahí aparecen. El acceso a dicho enlace se lo debe proporcionar el docente, ya sea llevando el póster impreso a la clase y que cada estudiante escanee el código QR que trae al final para acceder a la página, o entregando en físico una copia del póster para que tengan la opción de escanear el código en casa o ingresar el enlace en la computadora. Otra opción es que el docente tenga el video en su celular y lo pase por medio de Bluetooth a los estudiantes que no tienen acceso a internet.

El PDF interactivo dirige al estudiante a lo largo de tres etapas: al enfrentamiento a un problema contextualizado, la visualización de un primer video sobre patrones y a la aplicación y movilización de los conocimientos.

A continuación, se explican las situaciones incluidas en este módulo:

- Situación fundamental: el módulo inicia con esta situación, en la cual se expone a los estudiantes a un primer acercamiento al tema de sucesiones presentándoles un problema contextualizado, el cual deben resolver usando únicamente lo que conocen hasta el momento. Cabe recalcar que este problema puede ser modificado por el docente de acuerdo con el



contexto de sus estudiantes, sin embargo, debe lograr representar un verdadero problema, no ejercicios.

- Visualización del video 1: en este video se activan conocimientos previos que se consideran necesarios para avanzar con el tema de sucesiones. Básicamente, se trabaja encontrar términos de sucesiones sencillas, tanto numéricas como pictográficas.

- Etapa de movilización: al finalizar el video se tiene una etapa de ejercicios variados en los que el estudiante debe realizarlos a modo de ejercitar la mente para identificar el patrón y encontrar términos de una sucesión.

## ***Módulo 2***

Consiste en una clase de 2 horas aproximadamente y se basa en una guía para el docente donde se describe cómo, a través del juego de cartas Eslabones y Cadenas, se producen situaciones didácticas de acción, formulación y validación, en las que los estudiantes pueden interactuar unos con otros y expresar sus ideas. Finalmente, se pretende que el docente institucionalice los conocimientos que se adquieren durante el módulo 1 y la clase; para esto se le dan algunas recomendaciones a seguir y libertar para diseñar dicha situación.

A continuación, se describe el Juego Eslabones y Cadenas, y cómo se diseñan las cartas. También se presentan las instrucciones de cómo jugar para que el docente sea capaz de explicarlo en clase. Se recomienda que el docente juegue antes de aplicar la propuesta, con el fin de que maneje lo mejor posible el juego y su objetivo.

### **Juego Eslabones y Cadenas**

#### **Materiales por utilizar:**

- Diseño de las cartas (se adjunta al final de la propuesta)
- Diseño de las pizarras
- Papel cartulina tamaño carta
- Impresora (o acceso a una)
- Plástico
- Tijeras o guillotina
- Marcadores de pizarra

#### **Pasos por seguir:**

- Imprima el diseño de las cartas y el de las pizarras en papel cartulina.
- Emplastique las hojas de cartulina por ambos lados (también puede recurrir a un lugar donde se hagan emplastados para un mejor acabado).

- Recorte con las tijeras o la guillotina cada una de las cartas y cada una de las pizarras. Al final debe tener ocho pizarras y 66 cartas: 15 de cada color (celeste, morado, naranja, verde) numeradas del 1 al 15; 2 cartas Salto y 4 cartas Comodín.

- Los marcadores se utilizan para que los jugadores rellenen las pizarras.

Instrucciones del juego:

Significado de las cartas de acción

- Comodín: esta carta puede ser utilizada para reemplazar cualquier carta, ya sea un número o color, para completar cualquier fase. El valor asignado se mantiene por toda la mano. Si es la primera carta lanzada en la pila de descarte, esta puede ser tomada por el primer jugador.

- Salto: esta carta se utiliza para saltar a un jugador.

Objetivo del juego:

- El objetivo del juego es completar las tres misiones lo antes posible y se deben completar en orden.

Las tres misiones son:

- Misión 1: grupo de tres cartas con números ordenados bajo alguna regla y grupo de tres cartas con el mismo color.

- Misión 2: grupo de cuatro cartas con números ordenados bajo alguna regla y grupo de cuatro cartas con el mismo color.

- Misión 3: grupo de cinco cartas con números ordenados bajo alguna regla y grupo de cinco cartas con el mismo color.

Antes de comenzar:

Escoger un jugador para que mezcle y reparta las cartas, las cuales se reparten boca abajo. Para la primera misión se reparten siete cartas (en la segunda misión nueve y en la tercera misión 11) a cada jugador (o equipo). El mazo con el resto de las cartas se coloca boca abajo, en el centro de la mesa. La primera carta se voltea y se coloca al lado, pues esta será la primera carta de la pila de descarte.

Luego todos los jugadores voltean sus cartas y las estudian individualmente para determinar qué necesitan para completar la misión.

Desarrollo del juego:

El jugador a la izquierda del repartidor comienza el juego y así se continúa con el orden de los turnos de cada jugador. Durante cada turno, al jugador que le corresponde debe tomar una carta, ya sea del mazo de cartas o de la pila de descarte, luego puede realizar alguna de las siguientes acciones:

- Apear: colocar sobre la mesa las cartas boca arriba de alguno de los grupos de cartas, la misión que le corresponde. Por ejemplo: para la misión 1, apear el grupo de cartas [2, 4, 6] que va de dos en dos.
- Abonar: añadir una carta de la mano a las apeadas de los demás jugadores. Por ejemplo: añadir un 8 a la secuencia [2, 4, 6] de otro jugador.
- Completar la misión: colocar sobre la mesa boca arriba las cartas que completan la misión.

Para finalizar el turno del jugador, se tira una de las cartas en la mano a la pila de descarte. Si se completa la misión, se toman las cartas del mazo para intentar conseguir la siguiente misión.

Si las cartas del mazo se acaban, se baraja la pila de descarte y se ponen estas cartas boca abajo para poder continuar con el juego. Y el juego termina cuando un jugador logra completar las tres misiones; y si esto sucede se deben transcribir los grupos de cartas a las pizarras, donde la fila de la  $n$  representa la posición de la carta en el grupo ordenado; y el  $an$  representa el valor de la carta en la posición.

Variantes en el juego:

- Para minimizar el tiempo de juego, se puede jugar solamente con dos misiones (primera y segunda, o primera y tercera). También para disminuir la complejidad del juego, se puede jugar omitiendo las apeadas con orden de color en las misiones.
- El juego se puede jugar con un naipe común o con el popular juego “Uno” variando la cantidad de cartas requeridas para cada grupo de cartas en las dos últimas misiones.

A continuación, se explican las situaciones incluidas en este módulo:

- Situación acción y Situación de formulación: la clase se inicia explicando la mecánica del juego Eslabones y Cadenas. El docente, en este caso, no juega, solo valida las diferentes sucesiones y realiza algunas preguntas a los estudiantes para que ellos expresen verbalmente las sucesiones o patrones que están formando con las cartas. Por ejemplo, un estudiante puede decir “estoy realizando una secuencia de números pares” o “mi secuencia va de dos en dos”, pero lo importante es que, a partir de la situación de formulación, el docente pueda cerciorarse de que los estudiantes están construyendo conscientemente los patrones.

- Situación de validación: en la que los estudiantes consolidan y discuten sobre lo aprendido, defienden y justifican su posición con las jugadas o secuencias realizadas, mientras se conversa sobre las diferentes representaciones. Después de que el juego acaba (cuando alguno de los equipos haya completado las fases), y sin retirar las cartas de la mesa de juego, cada equipo debe escoger alguna de las sucesiones en la mesa, para que cada equipo realice la respectiva tabulación en las pizarras. El docente realiza las siguientes preguntas a cada equipo, para que vayan completando las tablas:

En la primera carta de su sucesión: ¿cuál número hay?, ¿cuál número se encuentra en la segunda carta?

Se pretende que, mediante esta actividad, se introduzca el concepto de variable y la relación que existe entre el “ $n$ ” y el “ $a_n$ ”.

Cada grupo debe analizar las diferentes relaciones de la tabla para generar e intentar plantear una ley de formación o representación algebraica de la sucesión.

- Institucionalización: en esta sección de la clase, el docente interviene para revisar y validar las leyes de formación que realizaron los estudiantes. Se formaliza el concepto de variable y de sucesión mediante una discusión de los conocimientos adquiridos en las diferentes situaciones didácticas. Se complementa la lección asignando el módulo 3 como trabajo extraclase. Se presentan algunas recomendaciones y aspectos importantes por considerar para que el docente planee su situación de institucionalización

A la hora de introducir el concepto de variable, se recomienda la utilización de un espacio para rellenar con un número ( $\square$ ), en lugar de una letra, ya que se pudo apreciar que facilitó la comprensión del significado de las mismas en este tema.

Se requiere que el docente aclare la forma en que se pasa del lenguaje natural o tabular al lenguaje algebraico, ya que por ellos mismos es una labor que probablemente no logren realizar, debido a la complejidad del mismo. Sin embargo, la idea es que el docente los guíe a llegar a completar este proceso y no que les presente por completo la forma de hacerlo.

Con respecto a la simbología de la multiplicación en el lenguaje algebraico (no aparece ningún signo entre un número y una letra), les resulta familiar si el docente lo relaciona con las operaciones combinadas entre números naturales (cuando hay un paréntesis seguido de un número ahí existe una multiplicación que “no se ve”).

Se recomienda que el docente utilice preguntas generadoras como: ¿qué número sigue?, ¿por qué ese número?, ¿qué se hace?, ¿están de acuerdo?, ¿alguien lo hizo diferente?, ¿qué se les ocurre?, ¿qué pasa con la posición 1?, ¿y si cambiamos a la posición 2 funciona?, ¿cómo consigo el que va en la posición 97?

### **Módulo 3**

Consiste también un póster interactivo que se encuentra en el siguiente enlace: <https://edu.glogster.com/glog/number-operation/2x7p7aw4hqo>. Fue diseñado a modo de reforzar la situación de institucionalización, el cual está compuesto por dos etapas: la visualización del segundo video, donde se formalizan conocimientos, y la aplicación y movilización de los nuevos saberes aprendidos. Y funciona de la misma manera que el primer póster interactivo.

A continuación, se explican las situaciones incluidas en este módulo:

- Situación de refuerzo para la institucionalización: en la cual los estudiantes disponen de un video donde se refuerza lo dicho por el docente sobre sucesiones.

- Etapa de aplicación y movilización de conocimientos: la cual se compone de una serie de ejercicios divididos por secciones, donde se utilizan los conceptos y elementos algebraicos

para el tema de sucesiones, con el fin de afianzar conocimientos adquiridos en todo el proceso de aprendizaje de las sucesiones.

### 3. Conclusión

En relación con el contenido de Sucesiones se considera que las habilidades que plantea el MEP para este contenido son necesarias, sin embargo, no se incluye la representación gráfica de una sucesión cuando es necesaria para futuros temas como funciones y proporcionalidad.

Al analizar diferentes definiciones establecidas para el concepto de sucesiones se considera que son rigurosas y/o formales, que pueden llegar a ser confusas para el estudiante de educación abierta, por lo que en esta propuesta se plantea una definición con vocabulario sencillo que contempla las habilidades y contenidos del plan de estudios de esta modalidad:

“Una sucesión es un conjunto o grupo ordenado de números, figuras o cosas.”

Entre los obstáculos epistemológicos se encuentran los conflictos con el significado de las letras, conflictos con el significado de los signos y conflictos con las respuestas esperadas, los cuales a lo largo de la clase presencial se advirtieron, pero se lograron abarcar satisfactoriamente con la situación de institucionalización, de aquí la importancia de un adecuado diseño de la misma.

Los obstáculos cognitivos son particulares y amplios en esta modalidad: falta de hábitos de estudio, imposibilidad de asistir a clase constantemente, falta de conocimientos previos, poco tiempo asignado a los contenidos, motivación e interés, condiciones familiares desfavorables, entre otros. Dichos obstáculos se consideraron en el diseño de la propuesta y se trataron de evitar en la medida de lo posible, avanzando en el conocimiento de forma paulatina, con un autoaprendizaje dirigido, y actividades lúdicas en clase. La propuesta va dirigida específicamente para Educación Abierta y no a otro tipo de programa ofrecido por el MEP, sin embargo, se considera que esta puede ser adaptable a las condiciones y particularidades de cada modalidad de estudio.

Los obstáculos didácticos son considerados los efectos propuestos en la TSD: Topaze, Jourdain, Desplazamiento metacognitivo, Uso abusivo de la analogía, y el Envejecimiento de las situaciones de enseñanza; los cuales durante la aplicación de la propuesta se concluye que los dos primeros efectos pueden ser evitados haciendo de juegos para abordar los temas de estudio, ya que el papel del docente queda de lado al ser los estudiantes quienes interactúan entre ellos. Sin embargo, al usar actividades lúdicas se debe tener cuidado de no caer en el desplazamiento metacognitivo, pues el juego se puede convertir en el fin de la clase.

Por último, para este caso particular de las sucesiones, por su naturaleza y la forma de evaluación realizada por el MEP, se dificultó evitar el abuso de la analogía en los ejercicios en la propuesta.

Al consultar a docentes con experiencia en la modalidad de educación abierta se obtienen insumos para considerar elementos que se evidencian únicamente a nivel práctico.

Los docentes coinciden y mencionan los obstáculos cognitivos establecidos en la teoría, sin embargo, recalcan la importancia de la motivación y el interés, ya que una de las situaciones más preocupantes en esta modalidad es la deserción de los estudiantes, y consideran que la falta de este impulso es la razón de dicha problemática.

En relación con el contenido de sucesiones se sostiene que es un tema superficial en el programa de estudios para el nivel de Térraba y se le debe dedicar poco tiempo de clases; a pesar de que diferentes investigaciones aseguran la importancia que posee en el ámbito del álgebra en matemática y recalcan la dificultad que presenta para los estudiantes. Además, los docentes consideran que debido a la naturaleza del tema y a los tipos de ítems que se presentan en el examen del MEP, es de esperarse que el proceso de Razonar y/o Argumentar sea mayoritariamente trabajado en la propuesta

Con respecto a los obstáculos didácticos no se mencionó mucho al respecto, sin embargo, se destaca la repetición en las preguntas de los exámenes del MEP en relación a este tema, por lo que es de esperarse que en la propuesta no se lograra evitar el efecto del abuso de la analogía de la TSD.

Los procesos matemáticos de Razonar y/o Argumentar y de Comunicar propuestos en el programa de estudios del MEP se alcanzaron satisfactoriamente debido al tipo de actividades planteadas y el tema elegido. El proceso de Representar no se logra de manera adecuada debido a las instrucciones del juego las cuales fueron confusas al trabajar la representación tabular y la complejidad del simbolismo algebraico. Además, se presentaron dificultades con el proceso de Plantear y/o Resolver problemas ya que el problema de la situación fundamental no se logró resolver debido a algunas particularidades mencionadas por los estudiantes que les impidieron estudiar para la clase.

Los docentes expresaron su agrado ante el diseño de las actividades planteadas y las consideraron acordes con tema trabajado, se brindaron recomendaciones las cuales fueron incorporadas en la propuesta con el fin de mejorarla. También se discutió la dificultad que podía representar el juego para el tipo de población que asiste a esta modalidad, sin embargo, esto no resultó ser un problema en el grupo que se aplicó la propuesta.

Finalmente, en el análisis de resultados realizado se determina que la propuesta didáctica planteada para el área de Relaciones y Álgebra específicamente para el tema de sucesiones en el nivel de Térraba, es acertada debido a que se ocupa de las habilidades planteadas por el MEP y cumple con lo señalado por los docentes expertos al facilitar el proceso mediante el cual se establece la relación entre las representaciones algebraicas y aritméticas de las sucesiones. Además, se considera la participación de los estudiantes como evidencia de la motivación para trabajar el contenido de sucesiones.

### **Referencias bibliográficas**

Blanco, R. (2009). *Experiencias Educativas de Segunda Oportunidad: Lecciones desde la práctica innovadora en América Latina*. OREALC-UNESCO. <http://unesdoc.unesco.org/images/0018/001864/186472s.pdf>

- Chévez, F. (2015). Comunidades de aprendizaje: una opción educativa para la población costarricense en desventaja social y en condición de vulnerabilidad. *Actualidades Investigativas en Educación*, 15(1), 1-16. <https://pdfs.semanticscholar.org/1c4b/a15c37b21a94f9f4899da389fa9a714ba5e0.pdf>
- Consejo Superior de Educación (CSE). (2017). *Política Educativa: La persona: centro del proceso educativo y sujeto transformador de la sociedad*. Ministerio de Educación Pública de la República de Costa Rica. <https://www.mep.go.cr/sites/default/files/page/adjuntos/politicaeducativa.pdf>
- Garrote, M., Hidalgo, M. J. y Blanco, L. (2004). Dificultades en el aprendizaje de las desigualdades e inecuaciones. *Suma*, 46, 37-44. <https://revistasuma.es/IMG/pdf/46/037-044.pdf>
- Ministerio de Educación Pública de Costa Rica. (2012). *Programas de Estudio de Matemáticas*. <https://www.mep.go.cr/sites/default/files/programadeestudio/programas/matematica.pdf>
- UNESCO. (2016). *Educación 2030: Declaración de Incheon y Marco de Acción para la realización del Objetivo de Desarrollo Sostenible 4: Garantizar una educación inclusiva y equitativa de calidad y promover oportunidades de aprendizaje permanente para todos*. [https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000245656\\_spa](https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000245656_spa)

# Retos de la educación virtual en un colegio público y uno privado

Jennifer Aragón Monge

Paulina Coto Mata

Universidad Estatal a Distancia, Costa Rica    Universidad Estatal a Distancia, Costa Rica

jaragon@uned.ac.cr

pcotom@uned.ac.cr

**Resumen:** Cuando cerraron los colegios de Costa Rica debido al COVID-19, la mayoría de los docentes empezaron a reinventar las lecciones y pasar a la virtualidad. A partir de ahí, surgieron muchos retos que se enfrentaron como docentes de Matemáticas para continuar con el proceso educativo, en este caso a nivel de enseñanza media. La ponencia tiene como objetivo evidenciar estos desafíos desde dos escenarios diferentes, en el Colegio María Inmaculada, de índole privado y la Unidad Pedagógica San Diego, público. Algunos de ellos fueron el uso de tecnologías de la información, dificultades para la enseñanza a distancia de las Matemáticas, situaciones socioeconómicas, compromisos de todos los actores del ámbito educativo, entre otros. Se muestran las diferencias en la práctica educativa desde dos realidades distintas.

**Palabras claves:** Educación, Educación a distancia, Educación secundaria, Didácticas de las Matemáticas

## 1. Introducción

Con la venida de la pandemia producto de la enfermedad COVID-19, se comenzaron a cerrar centros educativos. Fue cuando la educación a distancia comenzó a tomar auge. Surgieron las plataformas virtuales Google Classroom, Microsoft Teams y otros recursos tecnológicos como Zoom, Youtube y Whastapp. Los docentes comenzaron a transformar su forma de enseñar y tuvieron que reinventar estrategias metodológicas y materiales didácticos.

Mientras en el Colegio María Inmaculada, institución privada, comenzaron ese cambio a pocos días de cerrado los centros educativos; en la Unidad Pedagógica San Diego quedaron a la espera de directrices por parte del Ministerio de Educación Pública y no fue hasta un mes después que decidieron incursionar en la educación virtual.

Al no tener una estrategia clara de cómo hacerlo, se han venido presentando retos que los docentes han tenido que solventar en la marcha. Algunos hasta el día de hoy no se han logrado superar, pese a los siete meses de haber incursionado en este escenario de la virtualidad.

El trabajo tiene como objetivo evidenciar los desafíos que afrontaron los docentes desde dos ámbitos diferentes: colegio público y privado, así como las soluciones que se le han dado a algunos de estos. Además, se mostrarán las diferencias de la enseñanza de las matemáticas que han recibido los estudiantes desde estos dos escenarios.



## **2. Colegio María Inmaculada**

### **2.1. Contexto Institucional**

El Colegio María Inmaculada está ubicado en el distrito de San Vicente, en el cantón de Moravia, San José. Es una institución privada católica que comprende todos los niveles de la educación formal, orientada por la Comunidad de Hermanas Franciscanas de María Inmaculada, siguiendo el estilo pedagógico y la espiritualidad de San Francisco de Asís y de la Beata Madre Caridad Brader (Colegio María Inmaculada, 2020)

Con respecto al estudiantado, la mayoría ingresan a la institución desde prekínder y continúan ahí hasta llegar a undécimo año; son generaciones muy consolidadas que se conocen bastante bien.

Otros aspectos relevantes de la institución es contar con un personal docente estable, con muchos años de trabajo en equipo. El colegio cuenta con un programa de estudio basado en el del Ministerio de Educación Pública, pero a la vez con autonomía para de aumentar, cambiar y modificar contenidos, a criterio del departamento de Matemáticas.

### **2.2. La evolución de las clases**

Desde el 16 de marzo se suspendieron las clases presenciales. En ese momento no se tenía claro qué procedía ni por cuánto tiempo se suspendían las lecciones. En cuestión de dos días, el personal docente se organizó para comenzar la educación a distancia por medio de la plataforma Classroom. Se escogió esta por su facilidad para utilizarla. Como menciona en la página web El Comercio (2020):

Si bien la educación presencial supone mayores ventajas, sobre todo por la posibilidad de interactuar de forma directa en el dictado de clases, el uso de herramientas digitales como Google Classroom resulta fundamental en épocas de confinamiento, aún más cuando el volver a las aulas parece ser una opción lejana hasta que no se dé por superada la pandemia del coronavirus. (párr.3)

Por medio de esta plataforma se les enviaban videos de Youtube con explicaciones realizadas por la docente y se les asignaban trabajos, sin embargo, esta forma no era muy eficiente. Los estudiantes presentaban muchas dudas, la mayoría de los ejercicios que se les asignaban tenían errores. No estaban preparados para ser autodidactas. Esta forma de enseñar era unidireccional, no había interacción con los estudiantes, aunque podían plantear las dudas por medio de la plataforma, la comunicación seguía siendo muy limitada.

A partir de ahí se planteó la necesidad de usar una plataforma más completa, que permitiera video llamadas pero que fuera gratis a la vez. De ahí que se tomó la decisión de incorporar la aplicación Zoom como un apoyo a los videos de Youtube. Se hacían llamadas con los estudiantes aclarando dudas, pero eran simples llamadas, las cuales no lograban mejorar grandemente el proceso de enseñanza y aprendizaje.

En ese momento, la institución tuvo que tomar una decisión. Se optó por clases sincrónicas usando Zoom. Para ello se consultó a los padres de familia sobre la posibilidad de equipo tecnológico (computadora o celular) con conexión a internet. Al tener una respuesta positiva, se estableció un nuevo horario para impartir lecciones organizados por generación y no por grupo. Se establecieron lapsos más cortos de clases, pero con la ventaja de estar todos conectados al mismo tiempo para explicar, aclarar dudas y tratar de hacer una clase virtual lo más parecida a una presencial. Se acordó grabar las clases para brindársela a los estudiantes que, por problemas de conexión no asistieron. La institución proporcionó computadoras para los alumnos que no disponían de una; se establecieron reglas para el trabajo virtual, entre ellas no se solicitaba activar la cámara para salvar la integridad del menor de edad.

Desde abril y durante todo el año se continuó con clases sincrónicas por medio de la plataforma Zoom, con un horario establecido. Se daban 3 clases de 1 hora a la semana, se pasaba lista de los estudiantes conectados y se tenía que justificar las ausencias ante la administración.

Por último, se incorporó la evaluación sumativa. Se comenzaron a realizar pruebas parciales en línea y se realizaron trabajos extraclase. La modalidad de estos se explica más adelante.

### **2.3. Retos de la educación virtual en el Colegio María Inmaculada**

En el contexto del aula es difícil lograr que todos los estudiantes participen activamente, en la virtualidad ha sido aún más complicado. La participación en las clases sincrónicas se ha visto afectada por aspectos como la cantidad de alumnos, pues son alrededor de 60 por grupo, conexiones inestables, distractores propios del ambiente de casa y el miedo a equivocarse y que su duda quede grabada en un video.

Para mejorar este reto se ha procedido a trabajar el miedo al error con el departamento de psicología y orientación, así como la utilización del chat directo con el docente durante la clase. La aplicación Zoom permite escribir en forma privada al profesor, dándole un ambiente de confianza al estudiante. En el archivo de video de la ponente Aragón (2020a), se evidencia como se ha perdido el miedo a participar y ha mejorado la interacción en las clases.

Otro gran reto que se tuvo que afrontar fue el implementar estrategias de trabajo en el aula virtual. La formación docente se basa en metodologías para la enseñanza en forma presencial y no se estaba preparado para este cambio de escenario. La mayoría de las veces se optó por una metodología tradicional, donde el docente habla y los estudiantes escuchan, sin embargo, no era adecuado quedarse con ella, se necesitaba promover la participación pues esta “mejora la asimilación y relevancia de contenidos” (Baena y Ruiz, 2019, p.276)

En el segundo video de la ponente Aragón (2020a) se muestra un trabajo grupal creado por los estudiantes para introducir el tema de cuerpos sólidos. Consistía en explicar uno de ellos, sus partes y características, debían construir la figura, en físico o por medio del programa Geogebra. También tenían que dar ejemplos concretos donde se observara ese cuerpo sólido. Cabe destacar que el tema no fue explicado con anterioridad, el estudiante investigaba y recolectaba la información que ocupaba para desarrollarlo (Aragón, 2020b). De esta manera

se logra una mayor participación de los estudiantes y romper con esa metodología tradicional que se venía aplicando.

Otro reto de la educación virtual, y tal vez el más difícil de solucionar, fue la evaluación. El docente no estaba preparado para valorar los aprendizajes desde una computadora. El Colegio María Inmaculada, analizando que el regreso a clases presenciales se visualizaba muy lejano, tomó la decisión de seguir evaluando sumativamente. Se propuso hacer las pruebas parciales que inicialmente se tenían planeadas en la modalidad presencial pero ahora de forma virtual. Estas pruebas se enviaban por medio de la plataforma Classroom, en forma de un archivo de PDF, a todos los estudiantes al mismo tiempo, se le proporcionaban dos horas para su realización. El estudiante descargaba el archivo, lo imprimía, lo resolvía y lo devolvía en otro archivo de PDF que contenía las fotografías de cada página del examen.

No obstante, al hacer las pruebas virtuales se pierde la confiabilidad de esta. No se tienen los medios para verificar que el estudiante realice por él mismo la prueba, sin recurrir a aplicaciones o programas matemáticos o terceras personas para resolverla.

En este caso solo se apela a la conciencia de los estudiantes y padres de familia de realizar la prueba de la forma honesta, evaluando las habilidades vistas en clases. Es importante recordar que la evaluación “es un instrumento educativo que sobre todo informa respecto al proceso educativo, haciendo sí su valoración del aprendizaje, pero con el objeto de brindar mejores propuestas y resultados” (Monzón, 2015, p.22)

Por último, otro reto importante fue el crear ambientes de trabajo aptos para el aprendizaje. La dinámica del hogar ha cambiado, la mayoría de los padres de familia están en teletrabajo, los distractores son muchos, no se cuentan con tantos escritorios y sillas adecuadas para estar de 7 am a 2 pm frente a una computadora. Muchos estudiantes tuvieron que recurrir a usar anteojos para solventar los problemas de vista que generan los dispositivos electrónicos. Otros expresaban los dolores de espalda y cabeza por la dinámica de la educación virtual. A continuación (Figura 1), opiniones de los estudiantes que reflejan esta problemática.

## Figura 1

### *Opiniones de los estudiantes sobre la problemática*

"Hola profe! En mi caso se hace muy complicado, ya que estar directamente desde el celular hace que a veces no me pueda concentrar al 100% en una clase o incluso ahorita mis papás están en la casa y tienen que usar la computadora de mi cuarto o estar en otros lugares, a veces los vecinos hacen ruido, etc y yo tengo que estar moviéndome de lugar a lugar. Eso en la parte de concentración, en la parte de la carga académica me he dado cuenta de que los trabajos que nos dejan son realmente pocos y con buen tiempo para hacerlos, menos carga que si estuviéramos en el cole, pero, aún así en mi caso se me hace muchísimo más agotador, un simple trabajo a veces me agota mentalmente mucho, creo que por la vista (que yo ya uso lentes y la tengo afectada), por estar me moviendo solo de la cama a la compu cuando me levanto, de la compu a la cama cuando me duermo y por el estrés de la pandemia.

"Profe, sobre lo que acaba de publicar, sinceramente a mí me han dado todos y un poco más de cosas que he estado tratando con doctores además de estrés y ansiedad :) y últimamente la espalda también me duele mucho porque no hay día que no pase sentada frente a la compu je "

Con respecto a este reto, no se ha logrado grandes avances. Se procedió a hablar con los padres de familia y estudiantes para tratar, en la medida de lo posible, de crear ese ambiente adecuado. También se han creado espacios entre las clases virtuales para que el estudiante descansa, se levante y se despeje de estar frente a la computadora. Además, desde el Departamento de Orientación y Psicología se ha trabajado la importancia de crear horarios de estudio y de descanso, donde el estudiante pueda desconectarse de esta modalidad y evitar lo sobrecargos de labores.

### **3. El proceso de la educación virtual en un colegio público en Costa Rica**

#### **3.1. Unidad Pedagógica San Diego**

##### ***Contexto Institucional***

La Unidad Pedagógica San Diego (UP), se ubica en el distrito de San Diego en el cantón de La Unión en la provincia de Cartago, la institución alberga desde preescolar, primaria y secundaria (hasta III Ciclo); esta última cuenta con una población cercana a los 450 estudiantes de diferentes niveles socioeconómicos.

Con respecto a los encargados legales, la mayoría cuenta con un nivel educativo únicamente de primaria completa, muy pocos han terminado la educación diversificada y el nivel universitario es prácticamente nulo. Sus ingresos económicos son fluctuantes, las fuentes principales de empleo son informales. Los lugares donde habitan generalmente son zonas de alto riesgo social, en casas prestadas, alquiladas e incluso en cuarterías. Existe un alto porcentaje de estudiante becados por diferentes instituciones gubernamentales y no gubernamentales y tienen un acceso limitado a los servicios básicos, incluidos el internet.

La Unidad Pedagógica tiene una alta concentración de inmigrantes, muchos de ellos no tienen un ciclo lectivo continuo en la institución, ya que se trasladan con sus familiares a las zonas donde hay fuentes de empleo, provocando una inestabilidad en el proceso educativo de los jóvenes.

#### **3.2. Evolución en la Educación Virtual**

El Ministerio de Educación Pública (MEP) suspendió las lecciones presenciales en la UP a partir del lunes 16 de marzo, dado que el colegio se encuentra en una zona con escases de agua, ese mismo lunes se iniciaba la semana de evaluación correspondiente a las primeras pruebas escritas del primer trimestre.

Inicialmente los docentes deciden enviar material a los estudiantes por medio del Facebook del colegio, con el fin de repasar los temas y no olvidar lo aprendido hasta el momento. Se pensaba que después de Semana Santa se regresaría a la presencialidad y se aplicarían las pruebas escritas con toda normalidad.

Cuando la señora Giselle Cruz Maduro, Ministra de Educación, anuncia que el retorno a las aulas no será antes de vacaciones de medio período, se toma la decisión de realizar grupos de WhatsApp por cada sección con los estudiantes de noveno año, con el fin de lograr un

acercamiento y fortalecer el vínculo entre docente – estudiante. Posteriormente, se realizó lo mismo con la generación de sétimo año.

Luego de las capacitaciones se inicia con las sesiones sincrónicas y asincrónicas con los estudiantes por medio de la plataforma virtual Microsoft Teams, escogida por el Ministerio de Educación Pública. Esta herramienta propicia la interacción virtual entre el profesor y los estudiantes tal y como lo menciona Martínez, en la Revista Digital Educativa 3.0 (2020):

Esta plataforma nos permite crear clases virtuales, gestionadas por el docente, donde los alumnos y el profesor pueden compartir distintos tipos de materiales de clase (documentos, apuntes, vídeos, imágenes, documentales, cuestionarios...), además de mantener conversaciones, mandar tareas y actividades evaluables, generar exámenes online y un sinnfín de actividades relacionadas con el día a día del aula. (párr.3).

Además, se trabajan con las Guías de Trabajo Autónomo (GTA), como lo indica su nombre son guías elaboradas por el docente donde se explica de una forma detallada una habilidad y ejercicios relacionados con el tema. El estudiante, con ayuda de esta, trabaja de manera independiente para lograr el aprendizaje. Es en este momento cuando se hacen visibles las dificultades para la apropiación del conocimiento a distancia.

#### Retos de la educación virtual en la Unidad Pedagógica San Diego

Al inicio del mes de mayo se realiza una encuesta por medio de los profesores guías para conocer el grado de conectividad que tienen los estudiantes de la Unidad Pedagógica, los resultados no fueron los esperados. La mayoría no tienen acceso a internet estable y constante, muchos de ellos, utilizan datos limitados. Además, no todos tienen computadora o teléfonos inteligentes para ingresar a los acompañamientos virtuales.

En relación con las sesiones sincrónicas en Microsoft Teams, el Estado llega a un acuerdo con las compañías telefónicas para que las aplicaciones no generen gasto de datos móviles, es decir sean gratuitas para las familias costarricenses, pero aun así no fue funcional, esto debido que existe poca cobertura en los hogares; la llamadas, documentos y archivos en general no cargan.

Se tiene el tiempo limitado para el acompañamiento virtual; una de las políticas del MEP es no trasladar el centro educativo a los hogares. En el caso de matemáticas, estas pasan de 5 lecciones de 40 minutos por semana a un máximo una hora de semanalmente. Otro factor determinante es la asistencia, al no ser obligatoria, muchos de los estudiantes no muestran interés en asistir a las sesiones. Además, no existe un acompañamiento ni un compromiso real por parte de los encargados legales en todo este proceso.

Todo esto desencadena problemas para la comprensión de conceptos propiamente matemáticos, los estudiantes envían mensajes como: “Hola buenos días profe, vieras que no estoy recibiendo lecciones por Teams y la verdad no entiendo la guía”; “Hola Profe vieras que quitaron el wifi en mi casa y no ingreso a Teams, y tengo muchas dudas de los ejercicios”; este tipo de mensajes se dieron con mayor frecuencia con el avance del curso lectivo.

Después de convivir con todas estas limitaciones, el docente tiene que reinventarse y pensar en diferentes estrategias, recursos o aplicaciones que se adapten y motiven a la población educativa, como se menciona en los programas de estudios del Ministerio de Educación Pública (2012): “En el aprendizaje son decisivas la motivación y interés y en general todas las dimensiones afectivas, por lo que se adopta una visión integral y humanista sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.” (p.37)

Ante las limitaciones que presentaba la población, los docentes proceden a buscar diferentes estrategias para continuar con el proceso educativo con todos los estudiantes; de ahí nace la necesidad de utilizar WhatsApp, se graban videos, se envían fotos, se aclaran dudas o se hacen video llamadas para explicar un determinado tema.

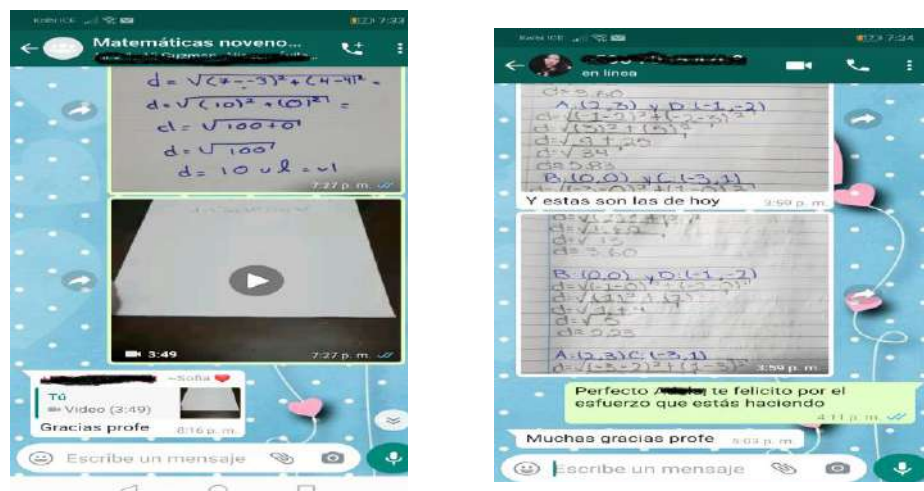
Se preguntarán ¿Por qué WhatsApp y no YouTube o Vimeo? La respuesta es muy sencilla, es una aplicación que la mayoría de las personas tiene en su celular; la saben utilizar; si la docente envía un video o un audio con la explicación de algún tema, solo genera un gasto a la hora de la descarga y queda guardado en el dispositivo y puede utilizarlo cada vez que así lo requiera. Era el medio más factible y el que ofrecía mayores ventajas, como se menciona en el artículo de la revista de investigación en educación, este recurso:

Favorece la cooperación entre estudiantes. Mejora la relación entre profesor y alumno. Se establece una relación más personalizada con el profesor, por tanto, personaliza el aprendizaje. Motivación del alumnado para aprender, al mantener una actitud positiva hacia el uso educativo del WA. Promueve la participación, incluso del alumnado más retraído o tímido. Amplía las posibilidades creativas para los estudiantes. Promueve la lectura de textos científicos. Accesibilidad a materiales formativos en varios formatos. Posibilita dejar mini clases grabadas oralmente. Abre un canal para exponer y expresar ideas. Posibilita la evaluación diagnóstica sobre los conocimientos de los alumnos (Suarez, 2018, p.128)

A continuación (Figura 2), un extracto de la comunicación docente-estudiante utilizando Whastapp:

**Figura 2**

*Extracto de la comunicación docente-estudiante por medio de Whatsapp*



Por otro lado, los problemas de conectividad que tuvo esta población repercuten en la imposibilidad de usar aplicaciones y programas propiamente matemáticos. Incluso, algunos no cuentan con calculadora propia, pues las limitaciones económicas no les permitían adquirir una. Este último punto, rompe con uno de los cinco ejes disciplinares, propuestos en los programas de estudio como es el uso de la tecnología, como un recurso para que el estudiante construya su propio conocimiento:

Las tecnologías pueden ser un poderoso aliado para potenciar el pensamiento matemático. Y es precisamente en la resolución de problemas en entornos reales donde éstas pueden aportar sus beneficios de la mejor manera, en contextos de aprendizaje que fortalezcan las habilidades y capacidades matemáticas. (Ministerio de Educación Pública, 2012, p.37).

La aplicación Mathway vino a ser un aliado para los estudiantes que no podían adquirir una calculadora y además les ayudaba a verificar el resultado de ejercicios matemáticos que se les proponían en la GTA.

#### **4. Conclusiones y recomendaciones**

De la experiencia en el Colegio María Inmaculada y en la Unidad Pedagógica San Diego se puede concluir que no se tenía un camino claro de cómo lograr una educación virtual, pues no se formaron a los docentes para trabajar en este escenario ni se tenía los recursos necesarios para desarrollar a cabalidad esta modalidad. De ahí que surgieron muchos retos que se tuvieron que solventar en la marcha. Es gracias a la labor docente y administrativa que se logra continuar con un proceso educativo, dentro de las posibilidades; sin embargo, Costa Rica no está preparada para este cambio. Aún falta mucho camino por recorrer. Ni siquiera podemos asegurar una conectividad del 100% de los alumnos.

Pese a las limitaciones que se dieron, existieron estudiantes muy comprometidos, responsables, aplicados que, desde el primer momento, realizaron sus trabajos como si estuvieran en el aula. Es digno de resaltar los valores mostrados por estos jóvenes, siendo esto un aliciente para los docentes, que con gran vocación realizaban su trabajo.

Una de las enseñanzas más valiosas que se pudo constatar con esta experiencia es la importancia del profesor, en algunos hasta casos desvalorizados. Por más tecnología de punta y guías de trabajo autónomo, se necesita el calor humano del docente, que en forma presencial desarrolle la lección. La interacción profesor-estudiante frente a frente es un elemento que no podemos dejar en el olvido. La educación virtual sí permitió el aprendizaje de algunas habilidades del programa de estudios, pero de forma más lenta y con más dificultades que si se estuviera en forma presencial.

Ya se ha dado un gran avance en la educación virtual, se recomienda a un futuro pensar en una modalidad dual, que implemente tanto la virtualidad como la presencialidad. Ambas tienen ventajas que pueden enriquecer el proceso educativo.

Es importante pensar a un futuro en instrumentos de evaluación sumativa, metodologías de trabajo virtual y plataformas que se adapten mejor a las condiciones de toda la población.

Además, se recomienda capacitar a los docentes en el uso de las tecnologías de la información.

### Referencias bibliográficas

- Aragón, J. [Jenny Aragon] (2020a, noviembre 19). *Ejemplo de una clase virtual participativa* [Video]. Youtube. <https://youtu.be/8IqLR4nLO8>
- Aragón, J. [Jenny Aragon] (2020b, noviembre 20). *Extraclase de Matemáticas, Décimos años, 2020* [Video]. <https://youtu.be/8IqLR4nLO8>
- Baena, A., Ruiz, P. (Ed). (2019). *Metodologías activas en ciencias de la educación volumen 1*. Editorial Wanceulen
- Colegio María Inmaculada. (2020). *Nuestra misión*. <http://www.mariainmaculada.ed.cr/moravia/nosotros/>
- El comercio. (2020) *¿Qué es Google Classroom y para qué sirve esta herramienta?*. <https://elcomercio.pe/respuestas/que/google-classroom-que-es-para-que-se-utiliza-y-cuales-son-sus-ventajas-google-g-suite-aplicaciones-educacion-en-linea-revtli-noticia/?ref=ecr>
- Martínez, J. (2020). *Estos son los beneficios de usar Teams en Secundaria*. Recuperado de <https://www.educaciontrespuntocero.com/experiencias/estos-son-beneficios-teams-secundaria/>
- Ministerio de Educación Pública [MEP] (2012). *Programas de Estudio de Matemáticas. I, II y III Ciclos de la Educación General Básica y Ciclo Diversificado*. <https://www.mep.go.cr/sites/default/files/programadeestudio/programas/matematica.pdf>
- Monzón, M., (2018) Evaluación del aprendizaje: un recorrido epistemológico. *Revista de Ciencias de la Educación Academucis*, 1(6),12-24 . [http://www.ice.uabjo.mx/media/15/2017/04/Art6\\_2.pdf](http://www.ice.uabjo.mx/media/15/2017/04/Art6_2.pdf)
- Suarez, B. (2018). WhatsApp: su uso educativo, ventajas y desventajas. *Revista de Investigación en Educación*, 6(2). 121 – 135. <http://reined.webs.uvigo.es/indeyt5x.php/reined/artic2018le/view/342/386>



# Simulación con el paquete CODAP para resolver problemas estocásticos

Greivin Ramírez Arce

Instituto Tecnológico de Costa Rica y Universidad de Costa Rica

gramirez@itcr.ac.cr

**Resumen:** Se pretende en el taller la simulación de problemas estocásticos a través de la herramienta Common Online Data Analysis Platform (CODAP), que es un paquete web gratuito, de libre acceso, dinámico, con diversidad de elementos gráficos para la representación de datos y de rápida curva de aprendizaje, pues su nivel de programación es básico. Se propone la simulación de cinco problemas de probabilidad con su respectiva solución teórica: llegada de autobuses, encuentro entre amigos, torres de electricidad, signos del zodiaco y el banco; abarcando temas como distribución binomial, probabilidad geométrica, probabilidad de eventos conjuntos y complementos, conteo y teoría de colas.

**Palabras clave:** CODAP, simulación, probabilidad

## 1. Introducción

En el proceso repetitivo de selección de muestras aleatorias, se puede aproximar la probabilidad de problemas basados en la frecuencia relativa del número de éxitos obtenidos en  $n$  experimentos. La ley de los grandes números respalda estas aproximaciones y se puede aplicar en temas como: cálculo de probabilidad de eventos simples y compuestos, ensayos de Bernoulli, distribución binomial, probabilidad geométrica y probabilidad condicional.

Se presenta a continuación una posible simulación a problemas probabilísticos que facilitan su comprensión con respecto a la solución teórica, alejándose inicialmente del formalismo matemático. Distintos investigadores a nivel mundial respaldan el uso de la tecnología, Fernández et al. (2009), Biehler, et al. (2013), Tabak et al. (2019); y a la vez se promueve como una herramienta útil de desarrollo de instrucción en muchos currículos educativos, como el Ministerio de Educación Pública (MEP) en Costa Rica, la Secretaría de Educación Pública (SEP) en México, el Ministerio de Educación y Formación Profesional (MEFP) en España, entre otros.

La simulación en el paquete CODAP, a través del proceso repetitivo de experimentos, dará una buena aproximación a la solución de problemas y a la vez permite la visualización, desde el proceso constructivo de la distribución, la obtención de datos, la representación de ellos y el cálculo final de la frecuencia relativa para la toma de decisiones.

El diseño del paquete CODAP, por el consorcio Concord, fue hecho pensando en una herramienta STEM (Science, Technology, Engineering and Mathematics) que permite el acceso a datos científicos reales, a través de sus bases, para explorar, visualizar, calcular y entonces tomar decisiones.

Se puede acceder al paquete en la dirección: <https://codap.concord.org/>

### **Requerimientos del taller**

Solo se requiere contar con internet, pues CODAP se utiliza en línea.

## **2. Actividades**

### **2.1. Simulación de autobuses**

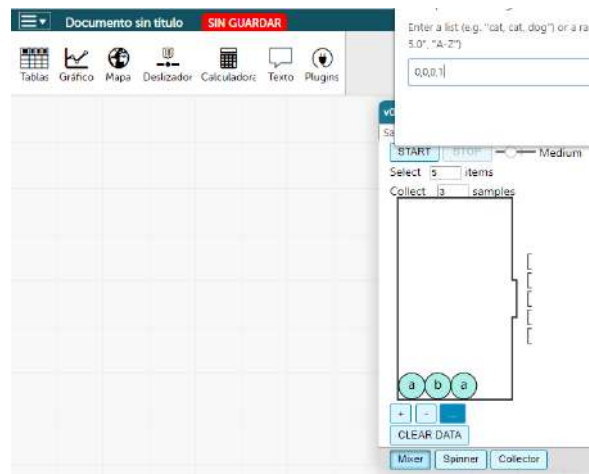
Imagine que está esperando un autobús en una terminal que está muy saturada. Uno de cada cuatro autobuses que llegan en forma aleatoria, le puede llevar a su destino. ¿Cuál es la posibilidad que entre los primeros cinco autobuses que arriban se encuentre al menos uno que te lleve a tu destino?

Seleccione la opción de Sampler en la barra de herramientas Plugins del software.

Cree la distribución de buses según la hipótesis del enunciado (uno de cada cuatro autobuses le puede llevar a su destino. Se toma 1: el bus me lleva, 0: el bus no me lleva). Así:

### **Figura 1**

*Creación de la distribución*

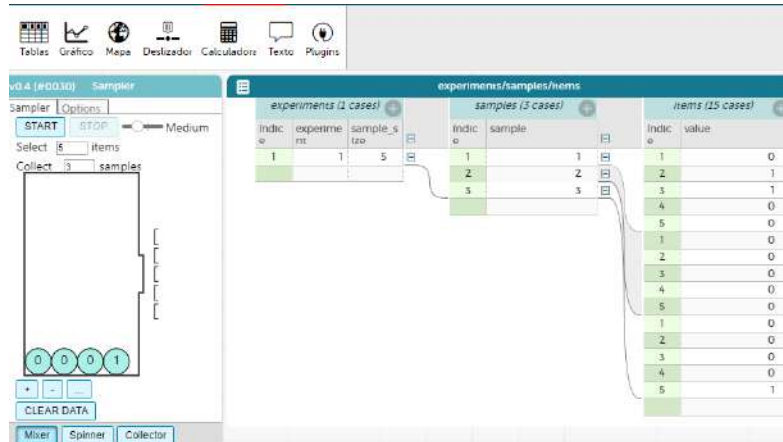


*Nota.* Elaboración propia

a. Por omisión el programa toma como primer experimento, tres muestras de tamaño cinco con reemplazo. Seleccione START para iniciar la animación.

**Figura 2**

*Simulación del primer experimento*



*Nota.* Elaboración propia

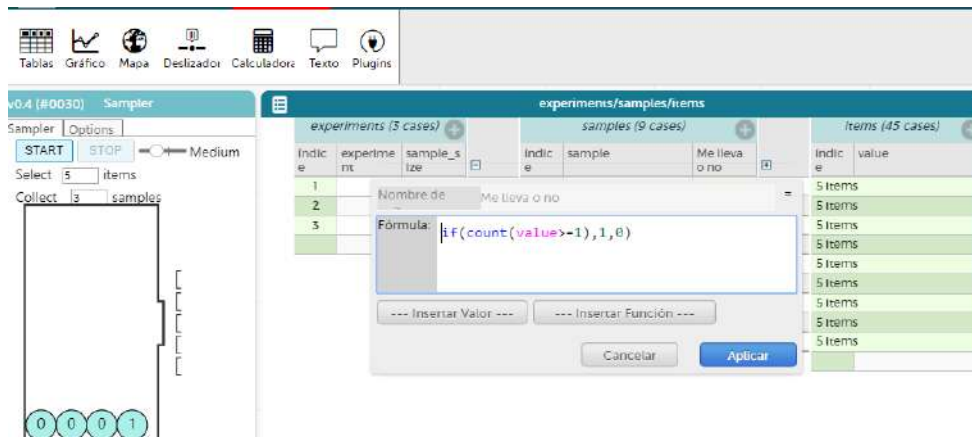
En su caso, ¿en los tres experimentos pudo ir a su destino?

b. Realice tres experimentos (equivale a 9 muestras de tamaño 5). ¿De esas nueve muestras en cuántas ocasiones pudo ir a su destino?

c. Agregue un nuevo atributo en la tabla de muestras llamado Me lleva o no.

**Figura 3**

*Cuenta éxitos*

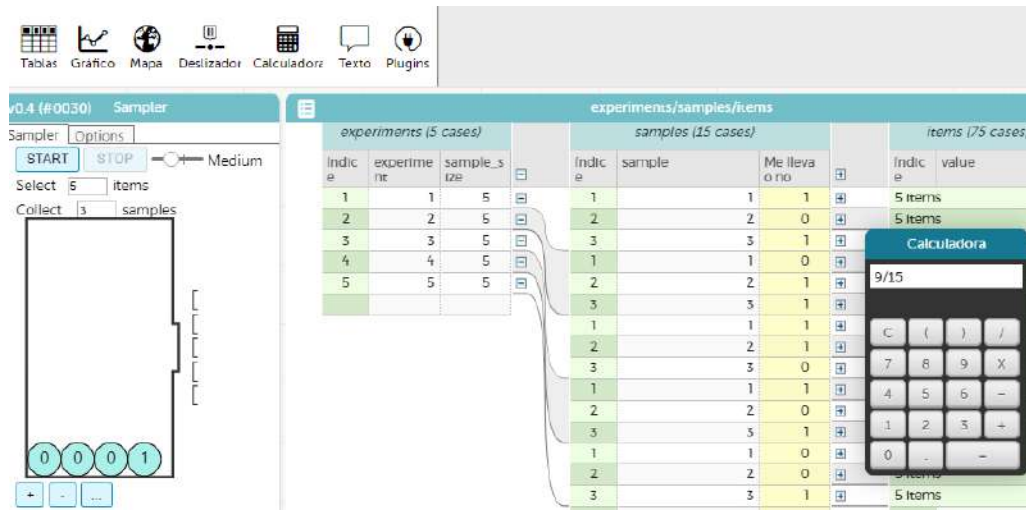


*Nota.* Elaboración propia

d. Repita la cantidad de experimentos que desee y utilice la calculadora para contar el número de ocasiones, del total de muestras, en las que de cada cuatro buses que llegaron a la estación, pudo ir a su destino.

**Figura 4**

*Probabilidad de éxito*



*Nota.* Elaboración propia

e. Consulte la cantidad de éxitos que obtuvo el compañero (a) del lado y súmelo a la cantidad de éxito que usted obtuvo. Calcule nuevamente el número de ocasiones, del total de muestras entre los dos, en las que de cada cuatro buses que llegaron a la estación, pudieron ir a su destino.

**Solución teórica**

Sea  $X$ : el número de buses que lo llevan al destino de los cinco que llegan de manera aleatoria.

$X \sim B \left( n = 5, p = \frac{1}{4} \right)$  donde su función de probabilidad está dada por

$$f_X(k) = C(n, k) p^k q^{n-k}, \text{ con } k = 0, 1, 2, \dots, 5$$

$$P(X \geq 1) = \sum_{k=1}^5 C(5, k) \left(\frac{1}{4}\right)^k \left(\frac{3}{4}\right)^{5-k} = \frac{781}{1024} \approx 0.762695$$

**2.2. Encuentro entre amigos**

Dos amigos han decidido encontrarse en un restaurante entre 8 y 9 de la noche. Cada uno de ellos entra al restaurante en forma aleatoria en cualquier minuto de ese periodo y esperan 16 minutos máximo y luego se retiran. ¿Cuál será la probabilidad de que se encuentren?

a. Arrastre una tabla con las siguientes columnas

**Figura 5**

*Definición de variables*

| index | LlegadaAmigo1 | LlegadaAmigo2 | Diferencia | Se_encuentran |
|-------|---------------|---------------|------------|---------------|
|       |               |               |            |               |

*Nota.* Elaboración propia

b. Asigne un tiempo aleatorio de llegada del primer amigo y del segundo amigo entre las 8 y las 9.

**Figura 6**

*Tiempo de llegada de los amigos*

Attribute Name: LlegadaAmigo1

Formula: random(60,0)

--- Insert Value ---    --- Insert Function ---

Cancel    Apply

*Nota.* Elaboración propia

c. Obtenga la diferencia absoluta entre los tiempos de llegada de los dos amigos.

d. Defina si los amigos se encuentran o no según la diferencia de los tiempos de llegada.

**Figura 7**

*Diferencias en tiempos de llegada*

| index | Llegada Amigo1 | Llegada Amigo2 | Diferencia | Se_encuentran |
|-------|----------------|----------------|------------|---------------|
| 1     | 41.87          | 3.01           | 38.86      |               |
| 2     | 34.94          | 32.48          | 2.46       |               |
| 3     | 57.82          | 18.54          | 39.28      |               |
| 4     | 20.07          | 57.52          | 37.44      |               |
| 5     | 56.86          | 24.84          | 32.03      |               |
| 6     | 57.87          | 46.8           | 11.08      |               |

Attribute Name: Se\_encuentran

Formula: if(Diferencia<=16, "si", "no")

*Nota.* Elaboración propia

e. Aumenta a 1000 el número de llegadas de los amigos y calcula la probabilidad empírica de que los dos amigos se encuentren.

¿Cuál será la probabilidad de que no se encuentren?

¿Cuál será la probabilidad de que se encuentren a la entrada del restaurante?

**Solución teórica**

Se cumple que  $\Omega = \{w = (w_1, w_2) : 0 \leq w_1 \leq 60 \wedge 0 \leq w_2 \leq 60\}$

$$B = \{x \in \Omega : w_1 - w_2 \leq 16 \vee w_2 - w_1 \leq 16\}$$

$$B = \{x \in \Omega : w_1 - 16 \leq w_2 \vee w_2 \leq 16 + w_1\}$$

$$A_{\Omega} = 60^2 = 3600$$

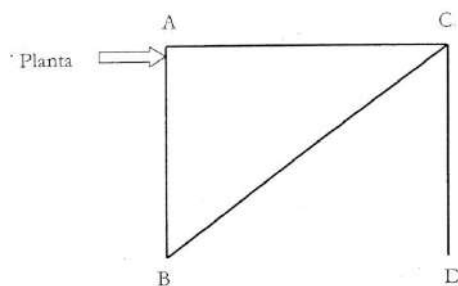
$$A_{\overline{B}} = 44^2 = 1936$$

$$P(B) = 1 - P(\overline{B})$$

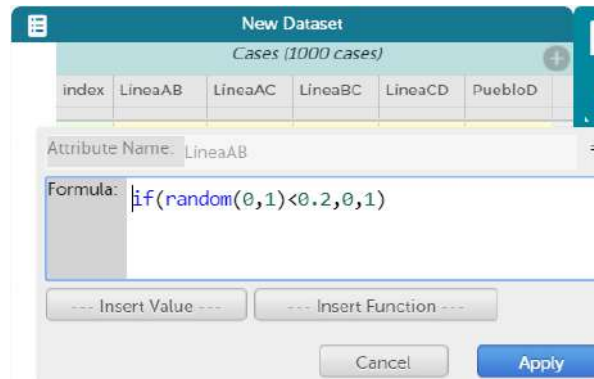
$$P(B) = 1 - \frac{1936}{3600} = \frac{104}{225} \approx 0,4622$$

**2.3. Torres de Electricidad**

Los pueblos A, B, C y D están enlazados por líneas de transmisión eléctrica entre A y B, A y C, B y C, y C y D. La planta generadora está en A (ver la Fig. ). Durante una tormenta severa, la probabilidad que alguna línea en particular se caiga por defecto del clima es 0.2 y es independiente de cualquier línea. ¿Cuál es la probabilidad que el pueblo D tenga energía eléctrica después de la tormenta? ¿Qué es más probable que haya energía en el Pueblo D después de una tormenta severa o que no haya?



- Construya la tabla correspondiente y escribe los siguientes atributos: LíneaAB, LíneaAC, LíneaBC, LíneaCD y PuebloD.
- Asigne a cada atributo la fórmula:

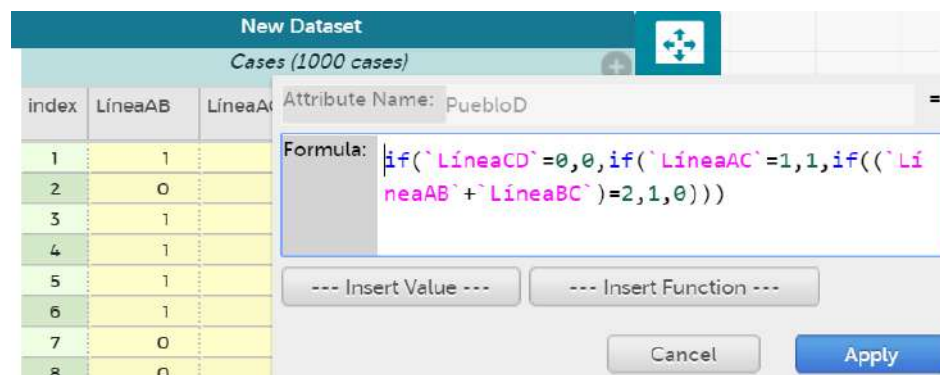
**Figura 8***Definición de variables*

*Nota.* Elaboración propia

Donde 1 significa que la línea funciona perfectamente mientras que 0 significa que hay un defecto en la Línea.

Arrastre 1000 casos y analice algunos de los resultados.

d. Luego en el PuebloD tendrá energía eléctrica si se obtiene un 1, en caso contrario un 0 de la siguiente forma:

**Figura 9***Electricidad en el pueblo D*

*Nota.* Elaboración propia

Otras opciones

$\text{if}(AB+BC+CD=3,1,\text{if}(AC+CD=2,1,0))$

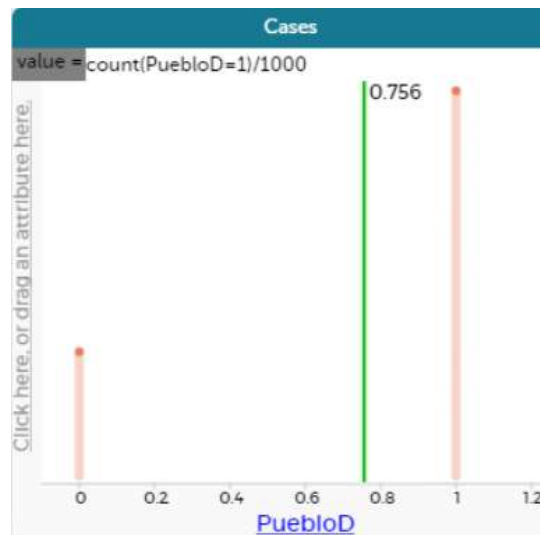
$\text{if}(\text{lineaCD}*\text{lineaAB}=1,1,\text{if}(\text{lineaCD}*\text{lineaAB}*\text{lineaBC}=1,1,0))$

$\text{if}(\text{LineaCD}=0,0, \text{if}(\text{LineaAC}=1, 1, \text{if}(\text{LineaAB}=1 \text{ and } \text{LineaBC}=1,1,0 )))$

Construya una gráfica del número de veces en las que hay electricidad en el pueblo D

### Figura 10

Gráfico de frecuencias del pueblo D



Nota. Elaboración propia

¿Qué es más probable que haya energía en el Pueblo D después de una tormenta severa o que no haya?

Solución teórica

Sean  $A_1$ : el evento de tener electricidad en las líneas  $AC$  y  $CD$

$A_2$  : el evento de tener electricidad en las líneas  $AB$ ,  $BC$  y  $CD$

$D$ : el evento de tener electricidad en el pueblo  $D$ .

$$P(A_1) = P(AC \cap CD) = \frac{4}{5} \cdot \frac{4}{5} = \frac{16}{25}, \text{ por ser independientes.}$$

$$P(A_2) = P(AB \cap BC \cap CD) = \frac{4}{5} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{4}{5} = \frac{64}{125}, \text{ por ser independientes.}$$



$$\begin{aligned}
 P(D) &= P(A_1 \cup A_2) = P(A_1) + P(A_2) - P(A_1 \cap A_2) \\
 &= \left(\frac{4}{5}\right)^2 + \left(\frac{4}{5}\right)^3 - \left(\frac{4}{5}\right)^4 = \frac{464}{625} \approx 0,7424
 \end{aligned}$$

*Analizando el complemento*

$$\begin{aligned}
 P(\neg D) &= P[\neg CD \cup CD \cap (\neg AC \cap (\neg AB \cup \neg BC))] \\
 &= \frac{1}{5} + P[CD \cap ((\neg AC \cap \neg AB) \cup (\neg AC \cap \neg BC))] \\
 &= \frac{1}{5} + P[(CD \cap \neg AC \cap \neg AB) \cup (CD \cap \neg AC \cap \neg BC)] \\
 &= \frac{1}{5} + \left[ \frac{4}{5} \left(\frac{1}{5}\right)^2 + \frac{4}{5} \left(\frac{1}{5}\right)^2 - \frac{4}{5} \left(\frac{1}{5}\right)^3 \right] \\
 &= \frac{161}{625} \approx 0,2576
 \end{aligned}$$

Por lo que después de una tormenta severa es más probable que haya electricidad ( $p = 0,7424$ ) en el pueblo D a que no haya ( $q = 0,2576$ )

## 2.4. Los signos del zodiaco

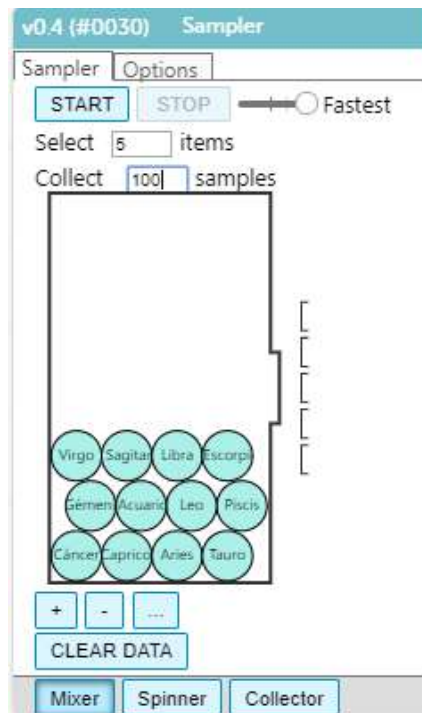
### Problema 1

Estimar la probabilidad de que en un grupo de 5 personas, al menos dos de ellas tengan el mismo signo del Zodiaco. (Hay 12 signos zodiacales y asumiéramos que cada signo es igualmente probable para cualquier persona). ¿Qué tan alta crees que es la probabilidad?

- Seleccione la opción de Sampler en la barra de herramientas Plugins del software.
- Cree la distribución de signos zodiacales. Así:

## Figura 10

Creación de la distribución



*Nota.* Elaboración propia

c. Por omisión el programa toma como primer experimento, tres muestras de tamaño cinco con reemplazo. Varié los parámetros para que tome 100 muestras de tamaño 5. Seleccione START para iniciar la animación.

En su caso, en la primera muestra ¿al menos dos de ellos tienen el mismo signo del zodiaco?

d. Defina en cada una de las 100 muestras, en cuáles de ellas resulto al menos dos personas con el mismo signo del zodiaco. Así:

**Figura 11***Tienen mismo signo*

| experiments (1 cases) |             | samples (100 cases) |        |            | items (500 cases) |           |
|-----------------------|-------------|---------------------|--------|------------|-------------------|-----------|
| experiment            | sample_size | index               | sample | MismoSigno | index             | value     |
| 1                     | 5           | 1                   | 1      | 0          | 1                 | Cémenis   |
|                       |             | 2                   | 2      | 1          | 2                 | Escorpión |
|                       |             | 3                   | 3      | 1          | 3                 | Leo       |
|                       |             | 4                   | 4      | 1          | 4                 | Piscis    |

Attribute Name: MismoSigno

Formula: `if(count(value = "Cáncer") > 1, 1, 0) + if(count(value = "Capricorneo") > 1, 1, 0) + if(count(value = "Aries") > 1, 1, 0) + if(count(value = "Tauro") > 1, 1, 0) + if(count(value = "Gémenis") > 1, 1, 0) + if(count(value = "Acuario") > 1, 1, 0) + if(count(value = "Leo") > 1, 1, 0) + if(count(value = "Piscis") > 1, 1, 0) + if(count(value = "Virgo") > 1, 1, 0) + if(count(value = "Sagitario") > 1, 1, 0) + if(count(value = "Libra") > 1, 1, 0) + if(count(value = "Escorpión") > 1, 1, 0)`

Buttons: --- Insert Value ---, --- Insert Function ---, Cancel, Apply

*Nota.* Elaboración propia

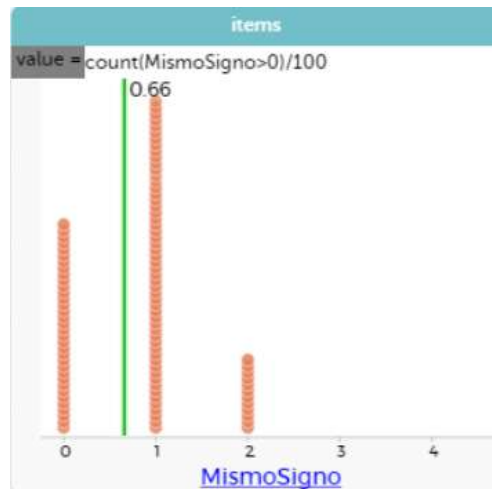
Se define la fórmula en MismoSigno:

$$\text{if}(\text{count}(\text{value} = \text{"Cáncer"}) > 1, 1, 0) + \text{if}(\text{count}(\text{value} = \text{"Capricorneo"}) > 1, 1, 0) + \text{if}(\text{count}(\text{value} = \text{"Aries"}) > 1, 1, 0) + \text{if}(\text{count}(\text{value} = \text{"Tauro"}) > 1, 1, 0) + \text{if}(\text{count}(\text{value} = \text{"Gémenis"}) > 1, 1, 0) + \text{if}(\text{count}(\text{value} = \text{"Acuario"}) > 1, 1, 0) + \text{if}(\text{count}(\text{value} = \text{"Leo"}) > 1, 1, 0) + \text{if}(\text{count}(\text{value} = \text{"Piscis"}) > 1, 1, 0) + \text{if}(\text{count}(\text{value} = \text{"Virgo"}) > 1, 1, 0) + \text{if}(\text{count}(\text{value} = \text{"Sagitario"}) > 1, 1, 0) + \text{if}(\text{count}(\text{value} = \text{"Libra"}) > 1, 1, 0) + \text{if}(\text{count}(\text{value} = \text{"Escorpión"}) > 1, 1, 0)$$

e. Determine la probabilidad de que en cada grupo de 5 personas, al menos dos de ellas tengan el mismo signo del Zodiaco.

**Figura 12**

*Probabilidad de cada grupo tenga al menos dos personas con el mismo signo zodiacal*



*Nota.* Elaboración propia

Solución teórica

Sean

$X$  : el evento de que al menos dos personas tienen el mismo signo zodiacal de las cinco seleccionadas.

$\bar{X}$ : el evento de que ninguna persona tiene el mismo signo zodiacal de las cinco seleccionadas.

$$|U| = 12^5$$

$$|\bar{X}| = 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8$$

$$P(X) = 1 - P(\bar{X})$$

$$= 1 - \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8}{12^5} = \frac{89}{144} \approx 0,6181$$

## Problema 2

Ahora estamos interesados en estimar la probabilidad de que al menos una persona de un grupo de cinco personas, tenga el mismo signo zodiacal que tú.

El proceso va a cambiar a partir del cuarto paso.

a. Defina en cada una de las 100 muestras, en cuáles de ellas resulto al menos una persona que tiene el mismo signo zodiacal que tú (supongamos que eres Cáncer). Así:

### Figura 13

*Tienen signo Cáncer*

The screenshot shows a software interface with three data tables and a formula editor. The first table, 'experiments (1 cases)', has columns 'index', 'experiment', and 'sample\_size'. The second table, 'samples (100 cases)', has columns 'index', 'sample', and 'MismoSigno'. The third table, 'items (500 cases)', has columns 'index' and 'value'. A formula editor window is open, showing the formula 'count(value = \"Cáncer\")' for the attribute 'MismoSigno'. The 'items' table lists zodiac signs for 5 items: 1 Cáncer, 2 Tauro, 3 Cáncer, 4 Aries, 5 Aries, followed by another set of 5 items: 1 Cáncer, 2 Piscis, 3 Gémini, 4 Sagitario, 5 Piscis.

| index | experiment | sample_size |
|-------|------------|-------------|
| 1     |            | 5           |

| index | sample | MismoSigno |
|-------|--------|------------|
| 2     |        | 0          |
| 3     |        | 0          |
| 4     |        | 2          |
| 5     |        | 1          |

| index   | value     |
|---------|-----------|
| 5 items |           |
| 1       | Cáncer    |
| 2       | Tauro     |
| 3       | Cáncer    |
| 4       | Aries     |
| 5       | Aries     |
| 5 items |           |
| 1       | Cáncer    |
| 2       | Piscis    |
| 3       | Gémini    |
| 4       | Sagitario |
| 5       | Piscis    |

Attribute Name: MismoSigno

Formula: `count(value = "Cáncer")`

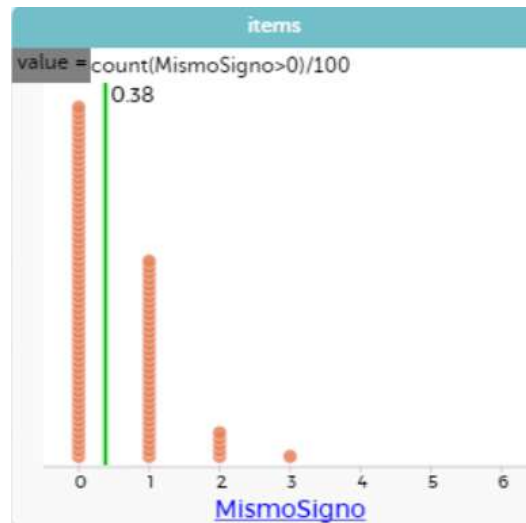
Buttons: --- Insert Value ---, --- Insert Function ---, Cancel, Apply

*Nota.* Elaboración propia

b. Determine la probabilidad de que, en cada grupo de 5 personas, al menos una de ellas tenga signo Cáncer.

**Figura 12**

*Probabilidad de cada grupo tenga al menos una persona Cáncer*



*Nota.* Elaboración propia

Solución teórica

Sean

$X$ : el evento de que al menos dos personas tienen el mismo signo zodiacal de las cinco seleccionadas.

$\bar{X}$ : el evento de que ninguna persona tiene el mismo signo zodiacal de las cinco seleccionadas.

$$\begin{aligned}
 |U| &= 12^5 \\
 |\bar{X}| &= 11 \cdot 11 \cdot 11 \cdot 11 \cdot 11 \\
 P(X) &= 1 - P(\bar{X}) \\
 &= 1 - \frac{11^5}{12^5} = \frac{87781}{248832} \approx 0,3528
 \end{aligned}$$

## 2.5. El banco

Un banco de la ciudad sólo abre dos ventanillas para atender a sus clientes. El número de clientes que llega al banco varía en forma entre 0 y 5 por minuto. Los clientes forman una línea y la persona de adelante pasa a la primera ventanilla disponible. En las ventanillas se atiende una persona por minuto. Diseña una simulación y registra el número de personas en la línea de espera al final de cada minuto. Usa una tabla como la siguiente:

| Minuto | Número de clientes que llegan | Número de clientes esperando en línea | Tiempo de espera para la última persona (minutos) |
|--------|-------------------------------|---------------------------------------|---|
| 1      | 3                             | 1                                     | 1   |
| 2      | 4                             | 3                                     | 2   |

1. ¿Cuál es la longitud de la fila después de cinco minutos?
2. ¿Cuál es el tiempo que una persona tiene que esperar si llegó en el minuto 10?
3. ¿Cuántas veces el tiempo de espera se redujo a cero?
4. ¿Cuál es el promedio de personas esperando sobre el período de 20 minutos?
5. Si tú fueras gerente de un banco ¿incrementarías o disminuirías el número de ventanillas?
  - a. Construya en CODAP una tabla que contenga las siguientes columnas:

### Figura 13

*Creación de variables*

| New Dataset       |        |                    |                    |                |
|-------------------|--------|--------------------|--------------------|----------------|
| Cases (100 cases) |        |                    |                    |                |
| Index             | Minuto | NumClientesArriban | NumClientesenLinea | Tiempoenespera |

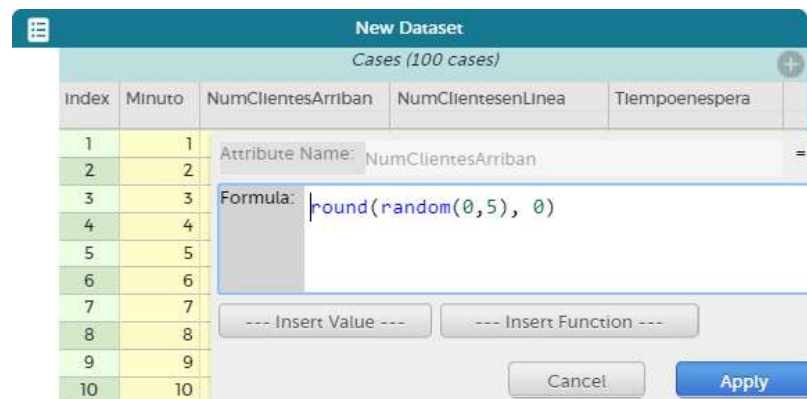
*Nota.* Elaboración propia

En el minuto cero aún no han llegado clientes al banco.

- b. Asignar la fórmula caseindex a la columna Minuto.
- c. Asignar un número aleatorio entre cero y cinco a la columna NumClientesArriban en cada minuto que transcurre. Este número será la cantidad de personas que arriban al banco por minuto. Así:

**Figura 14**

*Personas que arriban al banco por minuto*

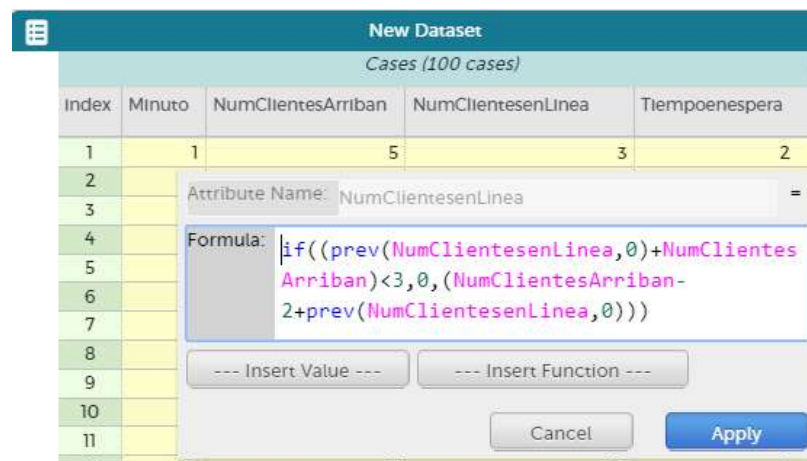


*Nota.* Elaboración propia

d. Se contabilizan las personas que permanecen haciendo fila con la siguiente fórmula asignada a NumClientesenLinea:

**Figura 15**

*Personas hacen fila*



*Nota.* Elaboración propia

e. Se calcula el tiempo de espera de la última persona que está haciendo fila asignando la fórmula:



**Figura 16***Tiempo en la fila de la última persona*

| Index | Minuto | NumClientesArriban | NumClientesenLinea | Tiempoespera |
|-------|--------|--------------------|--------------------|--------------|
| 1     | 1      | 5                  | 3                  | 2            |
| 2     | 2      | 2                  | 3                  | 2            |
| 3     |        |                    |                    |              |
| 4     |        |                    |                    |              |
| 5     |        |                    |                    |              |
| 6     |        |                    |                    |              |
| 7     |        |                    |                    |              |
| 8     |        |                    |                    |              |
| 9     |        |                    |                    |              |
| 10    |        |                    |                    |              |
| 11    |        |                    |                    |              |
| 12    |        |                    |                    |              |

Attribute Name: Tiempoespera =

Formula: `round(NumClientesenLinea/2,0)`

--- Insert Value ---    --- Insert Function ---

Cancel    Apply

*Nota.* Elaboración propia

f. Cree casos hasta el minuto 60 para determinar lo que pasa después de una hora.

g. Grafique y obtenga el promedio del Tiempoespera en los 60 minutos.

¿Si tú fueras gerente de un banco ¿incrementarías o disminuirías el número de ventanillas?

**Referencias bibliográficas**

Biehler, R., et al. (2013). Technology for enhancing statistical reasoning at the school level. En Clements, M., et al. (Ed). *Third international handbook of mathematics education*. New York: Springer. p 643-689.

Fernández, J; Batanero, C; Contreras, J. y Díaz, C. (2009). A simulação em Probabilidades e Estatística: potencialidades e limitacoes. *Cuadrante*, 17(1-2), 161-184.

Tabak, I., Ben-Zvi, D. y Kali, Y. (2019). Technology-enhanced learning communities on a continuum between spontaneous and designed environments en Y. Kali, A. Baram-Tsabary, and A. Schejter (Eds.), *Learning in a networked society: Spontaneous and designed technology enhanced learning communities* (pp. 25-37). Springer.

The Concord Consortium. (2019). *CODAP* [Software]. <https://codap.concord.org/>

# Signos de poder en el retrato colonial hispanoamericano

Guillermo Alfonso Brenes Tencio

Ministerio de Educación Pública, Costa Rica

guillermo.brenes.tencio@mep.go.cr

**Resumen:** En el presente trabajo analizamos los signos de poder presentes en una selección de retratos elaborados en Hispanoamérica colonial durante los siglos XVII y XVIII.

**Palabras clave:** Retratos, Iconografía del poder, Hispanoamérica Colonial

## 1. ¿Qué se entiende por retrato?

El retrato se puede entender como la expresión visual perceptiva de un sujeto (Borja, 2011; Burke, 2005). Ante una imagen, se está en presencia de una percepción. El género del retrato forma parte de la cultura visual de las sociedades americanas durante la dominación ejercida por la Monarquía española durante casi trescientos años (Moya, 2001; Pérez y Quezada, 2009). ¿Quiénes se retrataban? Los funcionarios reales, miembros de la alta jerarquía eclesiástica e individuos (hombres y mujeres) de las más distinguidas familias de la elite hispanoamericana.

## 2. ¿Cuáles son algunas características de los retratos coloniales?

- Los retratos reproducen los rasgos físicos y la posición social de los personajes.
- Los retratos se caracterizan por la riqueza del colorido y la minuciosidad en los detalles.
- Están impregnados de un profundo simbolismo.
- Los retratos manifiestan no solo la identidad individual y colectiva, sino también las cualidades físicas, morales y sociales.
- Los retratados eran muy conscientes de la muerte, y la pintura era una forma de trascender.
- Se colocaban en las salas de las residencias virreinales, los palacios arzobispales y los conventos femeninos.

### 3. Signos de poder en el retrato colonial hispanoamericano

#### 3.1. Retratos de virreyes

El virrey era el representante del Rey en sus dominios americanos. Su “alter ego” (Museo Colonial de Bogotá, 2020). En los retratos pictóricos, el virrey como es el caso, por ejemplo, del cuadro que representa a don José Solís Folch de Cardona (1716 – 1770) suele aparecer con la mirada hacia el frente, con la espalda erguida y una mano en la cintura, señal de la dignidad de su cargo, así como de su poderío político y socioeconómico. Uno de los símbolos del poder del virrey era su bastón de mando. Otros signos de poder, son el tricornio o sombrero de tres puntas, el cortinaje carmesí y el escudo familiar que representaba el noble linaje del retratado de origen madrileño (Figura 1).

#### Figura 1

*Joaquín Gutiérrez. Retrato de D. José Solís y Folch de Cardona, virrey de Nueva Granada. Óleo sobre tela. Siglo XVIII.*



*Nota.* Museo Colonial de Bogotá

### 3.2. Retratos de damas de la elite virreinal

Un caso es el retrato de la noble dama María Tadea González Manrique del Frago y Bonis (1736 – 1780), quien está vestida con un riquísimo traje de tela estampado, realizado con tela china. La marquesa luce una amplia diversidad de alhajas como signo de su elevado nivel social y económico (Museo Colonial de Bogotá, 2020). Doña María Tadea aparece retrata realísticamente, pero con rasgos faciales simplificados y una piel que luce impecablemente tersa. En el retrato, se evidencian signos de estatus: escudo de armas, un cortinaje carmesí y el uso de la cartela (datos biográficos de la marquesa de San Jorge de Bogotá) (Figura 2).

#### Figura 2

*Joaquín Gutiérrez. Retrato de doña María Tadea González Manrique del Frago y Bonis, marquesa de San Jorge. Óleo sobre tela. Siglo XVIII.*



*Nota.* Museo Colonial de Bogotá

### 3.3. Retratos de miembros de la alta jerarquía eclesiástica

El arzobispo de Nueva España, Don Manuel José Rubio y Salinas (1703 – 1765), está representado de forma realista y de cuerpo entero (Figura 3). Está vestido con su suntuoso traje eclesiástico y luce una cruz pectoral. Aparece sentado sobre un magnífico sillón de madera moldurada. La mitra que descansa sobre una mesa denota su máxima autoridad religiosa. Aparecen signos de poder como el escudo familiar, el cortinaje y la cartela. La imagen de Cristo crucificado es un signo de que el arzobispo era un hombre de profunda fe y de una vida religiosa, presuntamente, ejemplar.

#### Figura 3

*Miguel Cabrera. Retrato del arzobispo de México Dr. Manuel José Rubio y Salinas. Óleo sobre tela. Siglo XVIII.*



*Nota.* Museo de Bellas Artes de Boston

### 3.4. Retratos de monjas coronadas

Los retratos de las religiosas se realizaban para conmemorar dos momentos fundamentales de la vida espiritual: la profesión de fe (nupcias místicas con Jesucristo) y la muerte (Lavrin, 2016; Montero, 2002). En el caso del retrato de Sor Matiana Francisca del Señor San José (siglo XVIII), la religiosa yace en su lecho, ricamente ataviada; su cabeza reposa en un almohadón blanco. Ciñe su cabeza una exuberante corona de flores: símbolo de la vida y la muerte. En sus manos entrelazadas, sobre el pecho, lleva un ramo de azucenas como símbolo de pureza de la fenecida (Figura 4).

#### Figura 4

*Retrato de Sor Matiana Francisca del Señor San José (vicaria). Óleo sobre tela, Siglo XVIII.*



*Nota.* Anónimo.

#### 4. Algunas historias por detrás de los retratos...

##### 4.1. María Ignacia de Azlor y Echeverz

La joven dama María Ignacia de Azlor y Echeverz (1715 – 1767), dotada de una gran inteligencia y sensibilidad, pertenecía a una acaudalada familia de la élite del Virreinato de la Nueva España (Lavrin, 2016). Está retratada de cuerpo entero y exhibe un lujoso vestido bordado en hilos de plata y seda (Figura 5). Porta diversas joyas y un abanico cerrado en una de sus manos. El cortinaje (posiblemente de seda o terciopelo) señala que la escena ocurre en un espacio interior. En un costado hay un lujoso mueble labrado que es un reloj (idea de la medición o el paso del tiempo).

##### Figura 5

*Retrato de María Ignacia de Azlor y Echeverz. Óleo sobre tela. Siglo XVIII. Museo de Soumaya.*



*Nota.* Anónimo.

#### 4.2. Sor María Ignacia de Azlor y Echeverz

María Ignacia ingresa a una orden religiosa (Congregación de María) e invierte su inmensa fortuna en el fomento de la educación de niñas y jóvenes novohispanas (funda un colegio – convento) (Lavrin, 2016). Sor María Ignacia aparece vestida con el austero hábito religioso y en una de sus manos porta un libro (una de sus aficiones era la lectura) y un escapulario, símbolo de la vida ascética. Su postura es de tres cuartos (Figura 6).

#### Figura 6

*Andrés de Islas. Retrato de Sor María Ignacia de Azlor y Echeverz. Óleo sobre tela. Siglo XVIII.*



*Nota.* Convento de La Enseñanza de México.



### 4.3. Don Antonio Caballero y Góngora

Don Antonio Pascual de San Pedro de Alcántara Caballero y Góngora (1723 – 1796) fue flamante virrey de la Nueva Granada y, además, se desempeñó como arzobispo de Bogotá (Museo Colonial de Bogotá, 2020). Aparece retratado con sus ropas eclesiásticas y una medalla de oro en el pecho. En una de sus manos lleva el bastón episcopal con cordón y bellotas. En un costado, aparece una mesa sobre la cual hay tres mitras que simbolizan su poder religioso y las veces en que se desempeñó como obispo. En la parte superior izquierda del retrato aparece un cortinaje carmesí y a la derecha, el escudo familiar (Figura 7). Signos inequívocos de poder y prestigio que capitalizaba don Antonio Caballero y Góngora.

#### Figura 7

*Pablo Antonio García del Campo. Retrato de D. Antonio Pascual de San Pedro de Alcántara Caballero y Góngora. Óleo sobre tela. Siglo XVIII.*



Nota. Museo Colonial de Bogotá

#### 4.4. Antonia de Pastrana y Cabrera Pretel

La niña retratada está vestida con el hábito dominico (Gutiérrez, 1995) y lleva sobre su cabeza una corona de rosas blancas (signo de pureza e inocencia). Antonia luce aretes, collares de perlas y una cruz de oro con esmeraldas. En el costado derecho se observa una mesa sobre la que descansa una imagen del Niño Jesús. El gesto de Antonia de Pastrana y Cabrera Pretel es adusto y aparece retratada de cuerpo entero, lo que evidencia que provenía de una hija de notable familia neogranadina (Figura 8).

#### Figura 8

*Retrato de la niña Antonia Pastrana y Cabrera. Óleo sobre tela. Siglo XVIII. Museo Santa Clara de Bogotá*



*Nota.* Anónimo.

## 5. Conclusiones

1. En los retratos de los virreyes se pueden observar signos de distinción y de poder en el uso de ricas vestimentas que denotan prestancia, el uso de cortinajes que entronizan la figura pintada, sombreros, escudos de familia y el bastón de mando (símbolo de autoridad política y militar).
2. Los retratos de damas de la alta sociedad virreinal evidencian la influencia del estilo cortesano francés en sus elaborados peinados, delicados vestidos confeccionados en satén y raso, y las opulentas joyas de oro y piedras preciosas.
3. Los retratos de personajes eclesiásticos exaltan sus "virtudes cristianas" y labor evangélica y estatus social, a través de signos como ropajes, libros, efigies sacras y otros.
4. En los retratos de monjas muertas y coronadas se entremezclan los elementos simbólicos y los significados religiosos (matrimonio místico con Cristo y óbito).

## Bibliografía

- Borja Gómez, J. H. (2011). La tradición colonial y la pintura del siglo XIX en Colombia. *Revista Colombiana de Humanidades*, 79, 69 – 101.
- Burke, P. (2005). *Visto y no visto. El uso de la imagen como documento histórico*. Editorial Crítica.
- Gutiérrez Vallejo, J. (1995). *Iglesia Museo Santa Clara, 1697*. Instituto Colombiano de Cultura.
- Lavrin, A. (2016). *Las esposas de Cristo. La vida conventual en la Nueva España*. Fondo de Cultura Económica.
- Montero, A. (2002). *Monjas coronadas en América Latina. Profesión y muerte en los conventos femeninos del siglo XVIII*. UNAM.
- Moya Rodríguez, I. (2001). El retrato de élite en Iberoamérica: siglos XVI a XVIII. *Tiempos de América*, 8, 79 – 92.
- Museo Colonial de Bogotá. (2020). *Catálogo de Pintura del Museo Colonial*. Museo Colonial.
- Pérez Vejo, T. y Quezada, M. Y. (2009). *De novohispanos a mexicanos. Retrato de identidad colectiva en una sociedad en transición. Catálogo de la Exposición*. Instituto Nacional de Antropología e Historia.

# Tareas y estrategias metodológicas para plantear problemas de modelización matemática

Karen Porras Lizano

Universidad Nacional, Ministerio de  
Educación Pública, Costa Rica  
Karen.porras.lizano@una.ac.cr

Gilberto Chavarría Arroyo

Universidad Nacional, Costa Rica  
gilberto.chavarría.arroyo@una.ac.cr

**Resumen:** La actividad de inventar o plantear problemas matemáticos forma parte integral del proceso de modelización matemática y es considerada, por algunos investigadores, de gran importancia dentro de la experiencia matemática de los estudiantes. No obstante, sigue siendo una práctica poco explorada en las clases de matemática y que presenta dificultades para los profesores, ya que se requiere crear tareas y utilizar estrategias metodológicas adecuadas según este enfoque. Por tanto, en este trabajo brindamos una propuesta de tarea donde se estimula el planteamiento de un problema de modelización matemática, puede servir como ejemplo para ser llevada al aula. Al mismo tiempo, en concordancia con lo propuesto en los Programas de Estudio de Matemáticas del Ministerio de Educación Pública, permite acercar las matemáticas a los estudiantes, motivarlos y potenciar capacidades cognitivas superiores.

**Palabras clave:** Planteamiento de problemas, modelización matemática, educación secundaria.

## 1. Introducción

En una sociedad globalizada y ante un continuo avance de la tecnología de la información y comunicación, las generaciones de jóvenes enfrentan impredecibles cambios que deben aprender a afrontar. En consecuencia, los sistemas educativos en todo el mundo deben ir de la mano con este proceso vertiginoso de prioridades cambiantes, donde las estrategias de enseñanza y aprendizaje están influenciadas por este contexto (Singer et al., 2015). Como práctica de aprendizaje y pensamiento, el planteamiento de problemas puede desempeñar un papel fundamental en este proceso, proporcionando oportunidades para construir significados de forma activa, al mismo tiempo que los profesores y estudiantes pueden crear conocimiento juntos en una variedad de contextos y generar y abordar preguntas críticas sobre el conocimiento que se construye.

Por otra parte, desde la antigüedad, la modelización matemática ha sido de gran importancia por generar beneficios en la vida del ser humano, permitiendo observar la conexión entre la matemática y la realidad cotidiana de esta (Castro y Castro, 1997; Lombardo y Jacobini, 2008). En la matemática escolar, la modelización involucra entornos reales, físicos, sociales y culturales, generando espacios de reflexión y análisis. En ellos se fomenta la construcción y comprensión de los conceptos por parte del estudiante, incentivando al mismo tiempo,

habilidades de gran potencial como la imaginación, la creatividad o la invención (English y Sriraman, 2010; Lesh y English, 2005; López, Molina y Castro, 2017).

En este trabajo, consideramos que el planteamiento de problemas forma parte integral del proceso de modelización matemática, desarrollándose dentro de sus fases (Hansen y Hana, 2015). Es decir, el problema y su construcción constituye parte fundamental del proceso de modelización, dado que la creación de un modelo matemático requiere de un mecanismo de ajuste y reformulación continua del problema principal. Además, durante el proceso de modelización se pueden formular conjeturas, realizar un seguimiento y revisión de las preguntas del problema, al mismo tiempo que se adquiere una posición crítica hacia el modelo matemático y sus resultados (Hansen y Hana, 2015).

## **2. Planteamiento de problemas en el proceso de modelización matemática**

En Costa Rica, la enseñanza de la modelización matemática se está promoviendo desde el año 2012, con la implementación del plan de estudios de matemática desde los niveles de educación primaria hasta los niveles de educación secundaria por parte del Ministerio de Educación Pública (2012). En este documento, una de las modificaciones fue la inclusión de la modelización matemática como parte fundamental del currículo relacionando este proceso con el planteamiento de problemas. Asimismo, la creación de problemas no es un mecanismo nuevo, se viene desarrollando desde hace varias décadas atrás, con diversas conceptualizaciones: formulación (Kilpatrick, 1987), generación (Silver y Cai, 1994), planteamiento (Brown y Walter, 1990) e invención (Castro, 2008).

Además, en la investigación actual de la modelización matemática existen muchas perspectivas teóricas que describen este proceso, pero sin consenso alguno. Sin embargo, coinciden en que su objetivo principal es permitir la traducción de la realidad a una estructura matemática (Rico, 2009). En particular, Galbraith y Stillman (2006) plantean cinco transiciones en las cuales se construye el conocimiento matemático durante el proceso de modelización matemática: (a) De la situación desordenada del mundo real a la declaración del problema del mundo real, (b) De la declaración de problemas del mundo real al modelo matemático, (c) Del modelo matemático a la solución matemática, (d) De la solución matemática al significado de la solución en el mundo real y (e) Desde el significado de la solución en el mundo real hasta la revisión del modelo o la solución de aceptación.

En la primera transición, de la situación desordenada del mundo real a la declaración del problema del mundo real, es donde se realiza el proceso de planteamiento del problema, creando los primeros borradores de este, tomado en cuenta elementos de gran importancia como lo es el contexto, condiciones relevantes y los elementos correctos de las entidades estratégicas (Hansen y Hana, 2015). Es decir, es el proceso donde el estudiante construye su propio problema, proporcionando un contexto real y matemático, a la vez con un objetivo o interrogante que será contestada durante el proceso de resolución (Ayllón, 2012).

A su vez, la invención de problemas está íntimamente relacionada con la resolución de problemas. En este proceso, el estudiante además de inventar el problema, estructura y construye la solución del problema, elabora un plan estratégico de resolución, formula las

estrategias y representaciones del objeto matemático que utilizará. Involucrando los conocimientos matemáticos que posee, intereses y experiencias personales, es decir, el problema se reviste de significado para el estudiante por ser parte de él y proporcionado a su vez motivación en su aprendizaje. También “cuando un individuo inventa un problema ha alcanzado niveles de reflexión complejos, por tanto, ha llegado a una etapa de razonamiento que hace posible la construcción del conocimiento matemático” (Ayllón, 2012, p. 34), lo que reviste de importancia el trabajar en el aula el planteamiento de problemas.

Silver y Cai (1996), mencionan una serie de beneficios en el aprendizaje del estudiante al enseñar por medio del planteamiento de problemas, entre ellos destacamos los siguientes: incentiva la participación activa del estudiante en su aprendizaje, estimula la creatividad, imaginación y curiosidad, los estudiantes comprenden y analizan mejor los conceptos y los procesos matemáticos, propicia una mejor actitud y disposición hacia la matemática, motiva que los estudiantes sean mejores resolutores de problemas, potencia la autonomía en el aprendizaje de los estudiantes, prepara a los estudiantes para su desempeño personal y profesional futuro fuera de las aulas, reduce la ansiedad y el miedo por las matemáticas, entre otros.

### **3. El papel del profesor en la invención de problemas**

La selección y aplicación de tareas adecuadas por parte del profesor determinan el desarrollo de habilidades necesarias que requiere un buen resolutor. En este sentido, proponemos el potenciar la aplicación del proceso de invención de problemas, a través de abundantes y variadas oportunidades, relacionado con el proceso de resolución de problema con modelización matemática. Al mismo tiempo, se promueve que el estudiante construya habilidades como creatividad, el análisis, la criticidad, perseverancia, entre otros.

Asimismo, autores como Ayllón (2012) realizan una clasificación de tipos de tareas que se pueden trabajar en el proceso de invención de problemas: (a) situaciones libres, (b) situaciones semiestructuradas y (c) situaciones estructuradas. En el primer tipo de tarea, los estudiantes no tienen restricción para formular sus problemas. En el segundo tipo, los estudiantes inventan sus problemas semejantes a otros antes trabajados o que respondan a cierta información o situación proporcionada. El tercer tipo, los estudiantes reformulan un problema o se cambia alguna condición de este, lo cual se puede dar antes, durante o después de la solución. También, se puede dividir el problema inicial en problemas más sencillos.

Con respecto a esto, Ayllón (2012) propone una serie de estrategias que puede utilizar el profesor para realizar el planteamiento de problemas en el aula de matemática, por ejemplo elegir una situación significativa para el estudiante, que genere debate entre los estudiantes y el docente. También estimular el proceso de investigación por parte de los estudiantes antes de formular el problema, además propiciar un espacio en confianza para la formulación de preguntas o conjeturas. Asimismo, se puede utilizar analogías por ejemplo problemas semejantes. Utilizar la estrategia “¿Qué pasaría si?” para cambiar la exigencia o ingresar pequeñas variantes del problema. Al mismo tiempo, la idea de estas estrategias es generar motivación de los estudiantes y propiciar el desarrollo de las habilidades matemáticas.

En resumen, para trabajar el planteamiento de problemas en el aula de matemática, el profesor debe tomar en cuenta los siguientes aspectos para crear sus propias tareas: (a) tipo de tarea, (b) plan de estudios y (c) características propias del estudiante. En el primer aspecto, recomendamos considerar el tipo de tarea que se desea plantear, es decir una situación libre o semiestructurada o estructurada. También las formas de presentar o comunicar la información, las condiciones que debe tener el problema inventado y por último, si se requiere de investigación previa por parte del docente y los estudiantes.

El segundo aspecto es el plan de estudios, aquí debemos considerar el nivel educativo del estudiante, la habilidad matemática y el conocimiento matemático por construir. Además, que el docente debe ser conocedor de los tipos de representaciones matemáticas del objeto matemático que se quiere trabajar con la actividad de planteamiento de problemas.

Por último, recomendamos considerar las características propias del estudiante, por ejemplo, las adecuaciones. Los conocimientos previos, contexto y recursos que posee el estudiante. Además, el docente debe tomar en cuenta los tipos de errores matemáticos que sus estudiantes pueden realizar durante la tarea.

#### **4. Un ejemplo de tarea de planteamiento de problemas**

Con la finalidad de ilustrar las recomendaciones propuestas en el apartado anterior, hemos creado un ejemplo de tarea semiestructurada donde se puede trabajar el proceso de planteamiento de un problema matemático, la cual la exponemos a continuación:

##### **Figura 1**

*Ejemplo de actividad semiestructurada para el planteamiento de problemas*

***Suponga que tienes una empresa, con las características que quieras, la cual produce una serie de productos que puedes comercializar. Con los precios de estos productos, construye un problema de tal manera que involucre a la vez el IVA.***

Se propone una actividad para estudiantes del nivel de sexto año de educación primaria, cuya habilidad a trabajar sería el “plantear y resolver problemas aplicando proporcionalidad directa” y desarrollando conocimientos matemáticos como razón, proporción directa, porcentaje y regla de tres. Sin embargo, la actividad también se puede adaptar al nivel de séptimo año de educación secundaria, cuya habilidad a trabajar es “analizar relaciones de proporcionalidad directa e inversa de forma verbal, tabular, gráfica y algebraica” y cuyos conocimientos matemáticos a desarrollar serían los tipos de representaciones del tipo verbal, tabular, gráfica y algebraica.

Dicha actividad requiere de una investigación previa por parte del profesor, dado que se necesita tener conocimientos con respecto al Impuesto de valor agregado (IVA). Además, fue revisada y validada por los dos investigadores y por una maestra del nivel de primaria. Posteriormente, se realizó una prueba piloto con un estudiante del nivel de sexto año de educación privada. Sin embargo, este tipo de actividad se puede llevar a cabo en educación pública. En la Figura 2 se muestra el resultado de la invención del estudiante que participó en la prueba piloto.

**Figura 2**

*Creación de un menú de café como simulación de una empresa*

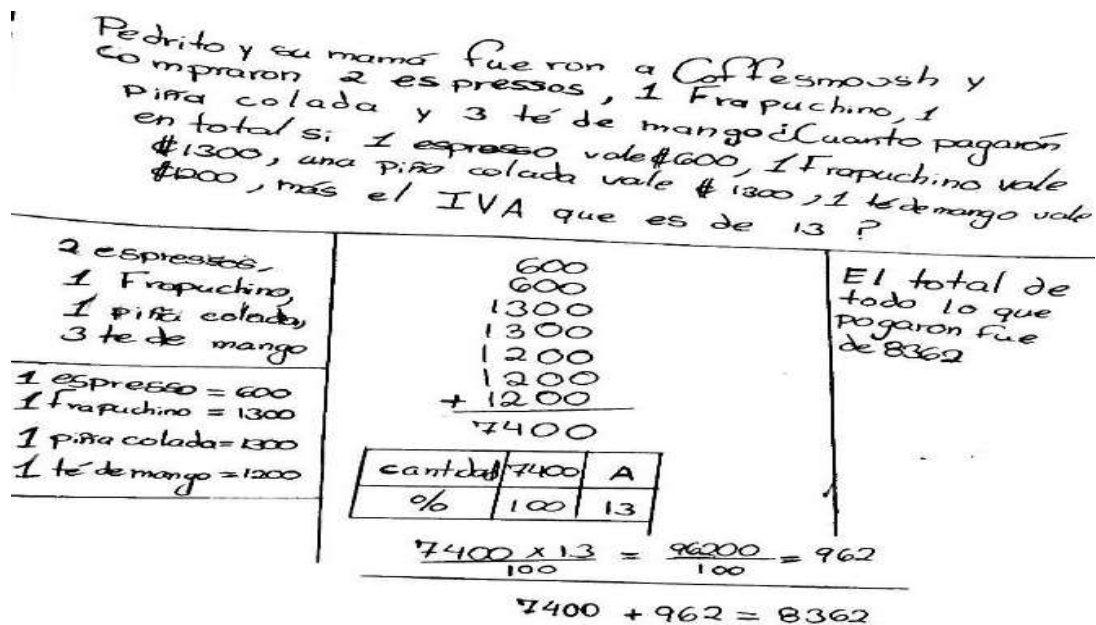


En la figura anterior, se muestra como el estudiante fue capaz de crear un menú de café para simular su propia empresa. Para esto, previamente el estudiante realizó una indagación del tipo de empresa que quería inventar, además de los productos y precios sin el IVA que quería comercializar. En esta actividad se involucraron tópicos de Estudios Sociales, tales como impuesto directos e indirectos, los tipos de productos que son grabados y su respectivo porcentaje de impuesto, logrando que la actividad sea interdisciplinaria. Asimismo, se puede involucrar otras materias del nivel de primaria como lo son los idiomas, español o inglés, como se observa en la Figura 2. Luego, realizó la creación de su propio problema imaginando una situación que se podría dar en la vida real con su empresa. En la siguiente figura, se expone la invención del estudiante.



**Figura 3**

*Ejemplo de problema inventado por estudiante con su propia empresa*



En cuanto al proceso de modelización aplicado el estudiante relacionado con el planteamiento del problema se pudo observar que aplicó las cinco transiciones propuestas por Galbraith y Stillman (2006). Es decir, en primer lugar, comienza con una situación desordenada, el crear la empresa y proponer los productos que desea comercializar, ordena y organiza la información concibiendo el problema y al mismo tiempo formula un plan estratégico, para obtener la solución. En el problema se visualiza los personajes es una familia y plantea una situación cotidiana que se puede dar en la vida real si la empresa fuera verdadera.

En la segunda transición, el estudiante organiza la información de tal manera que logra generar un modelo matemático, esto lo observamos en la figura 3, en el ordenamiento inicial de los precios que utilizara posteriormente en una operación básica aritmética. Como tercera transición, se obtiene que el estudiante elabora la solución matemática, para ello suma todos precios para obtener la cantidad total que se le debe cobrar a la familia sin incluir el IVA, utilizando para esto un tipo de representación simbólico numérico. Posteriormente utiliza la regla de tres por medio de una representación tabular para calcular el 13% del IVA por ser un servicio y realiza el cálculo utilizando nuevamente el sistema de representación simbólico numérico. El monto que obtiene por 13% es adicionado al resultado de la suma de los precios del primer paso. Luego, se observa que brinda una respuesta a la luz de las condiciones del problema dotando de significado de la solución en el mundo real. Por último, realiza una revisión de todos los procesos matemáticos realizados para obtener y aceptar la solución final del problema.

Por otra parte, al ser la empresa de la propia autoría del estudiante, se evidencia sus interés y experiencias personales, por lo que el problema representa para este una situación significativa. Además, en aula puede generar debate entre los mismos estudiantes y el profesor, utilizando la estrategia “¿Qué pasaría sí?” para cambiar la cantidad de integrantes de la familia, cambiar los productos, guiar al estudiante en el pensamiento de que otros impuestos se involucran la situación, entre otras variantes.

## 5. Conclusiones

El planteamiento de problemas como herramienta pedagógica y como parte integral de la modelización matemática ha tomado auge desde finales del siglo XX. El reto de los docentes en nuestros días consiste en conocer la realidad de los estudiantes y aprovechar los recursos del entorno para proponer tareas que les permitan a sus alumnos inventar problemas matemáticos. Las estrategias y la tarea propuesta que se proponen en este trabajo constituyen un esbozo de algunas diferentes formas de presentar y trabajar situaciones cotidianas que ofrece oportunidades y desafíos para la aplicación de modelos matemáticos relacionado con el planteamiento de problemas.

Esta área de investigación requiere más estudios que permitan profundizar sobre las bondades y retos de implementar la invención de problemas en el aula. Con todo, se vislumbran algunas oportunidades de oro en la combinación de planteamiento de problemas y modelado matemático en contextos escolares.

## Referencias bibliográficas

- Ayllón, M. F. (2012). *Invencción-Resolución de problemas por alumnos de Educación Primaria* [Tesis de Doctoral, Universidad de Granada].
- Brown, S. y Walter, M. (1990). *The Art of problem posing*. Lawrence Erlbaum Associates
- Castro, E. y Castro, E. (1997). Representaciones y Modelización en L. Rico (Ed.), *Educación Matemática en la Enseñanza Secundaria* (pp. 95-124). Horsori.
- Castro, E (2008). Resolución de problemas. Ideas, tendencias e influencias en España en R. Luengo, B. Gómez, M. Camacho y L. Blanco (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XII. Actas del Duodécimo Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática* (pp. 113-140). Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática.
- English, L. y Sriraman, B. (2010). Problem Solving for the 21st Century en B. Sriraman y L. English (Eds.), *Theories of Mathematics Education, Advances in Mathematics Education* (pp. 503-506). Berlin Heidelberg. doi: 10.1007/978-3-642-00742-2\_27
- Galbraith, P. y Stillman, G. (2006). A framework for identifying student blockages during transitions in the modelling process. *Zentralblatt fur Didaktik der Mathematik*, 38 (2), 143–162.

- Hansen, R. y Hana, G. M. (2015). Problem Posing from a Modelling Perspective en F.M. Singer, N.F. Ellerton, J. Cai. (Eds.), *Mathematical Problem Posing. From research to effective practice* (pp. 35-46). Springer
- Kilpatrick, J. (1987). Problem formulating: Where do good problems come from? en A. Shoenfeld (Ed.), *Cognitive science and mathematics education* (pp 123-148).Lawrance Erlbaum Associates.
- Lesh, R. y Doerr, H. M. (2003). Foundations of a models and modeling perspective on mathematics teaching, learning and problem solving en R. Lesh y H. M. Doerr (Eds.), *Beyond Constructivism: Models and Modeling Perspectives on Mathematics Problem Solving, Learning, and Teaching* (pp. 203-204). Lawrence Erlbaum Association.
- Lesh, R. y English, L. (2005). Trends in the evolution of models y modeling perspectives on mathematical learning and problem solving. *Revista Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 37(6), 487-189. <http://subs.emis.de/journals/ZDM/zdm056a5.pdf>
- Lombardo, D. H. y Jacobini, O. R. (2008). Mathematical Modeling: From Classroom to the real world en M. Blomhøj, S. Carreira (Eds), *Mathematical applications and modelling in the teaching and learning of mathematics*. (pp.35-46). Proceedings from Topic Study Group 21 at the 11<sup>th</sup> International Congress on Mathematical.
- López, R., Molina, M. y Castro, E. (2017). Modelización en el aula de ingeniería: un estudio de caso en el marco de un experimento de enseñanza. *PNA*, 11(2), 75-96. <http://hdl.handle.net/10481/44147>
- Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (2012). *Programas de Estudio Matemáticas. I y II Ciclo de la Educación Primaria, III Ciclo de Educación General Básica y Educación Diversificada*. Costa Rica
- Rico, L. (Ed.) (2009). *Construcción de modelos matemáticos y resolución de problemas*. Secretaría General Técnica del Ministerio de Educación.
- Silver, E. A. y Cai. J. (1996). An Analysis of arithmetic problema posing by middle school students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(5), 521-539.
- Singer, F. M., Ellerton. N. F. y Cai, J. (2015). *Mathematical Problem Posing. From research to effective practice*. (1era ed.). Springer