

Resolución de problemas en Matemática y su didáctica en el contexto de los nuevos programas

Máster Eric Padilla Mora
epadillamora@gmail.com
Magister Allan Gen Palma
allangen999@gmail.com
Universidad Estatal a Distancia

Resumen: En Costa Rica, la resolución de problemas como eje principal del quehacer diario en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática, conlleva un desafío. En este artículo se describe y analiza lo propuesto en el Programa de Estudio del Ministerio de Educación Pública. Además, señala lo que para los estudiantes es un problema y detalla las principales dificultades que, de acuerdo con diversos autores, conlleva la inserción de esta estrategia metodológica y se concluye con la propuesta del cómo podría implementarse.

Palabras claves: Matemática, resolución de problemas, didáctica, dificultades, enseñanza, aprendizaje, pedagogía, Programas de Estudio.

Abstract

In Costa Rica, problem solving as the main axis of the daily work in the teaching and learning of mathematics, involves a challenge. This article describes and analyzes what is proposed in the Study Program of the Ministry of Public Education. It also points out what students acknowledge as problems and outlines the main difficulties, according to various authors involves the insertion of this methodological strategy and concludes with how the proposal could be implemented.

Introducción

La enseñanza de la Matemática desde los primeros ciclos de escolaridad, en Costa Rica y de acuerdo con los Programas de Estudio de Matemática vigentes, del Ministerio de Educación Pública (MEP), pretende estar centrada en la resolución de problemas. Sin embargo, dicha propuesta ha provocado reacciones diversas entre los actores tanto del proceso de enseñanza como del aprendizaje, principalmente porque la implementación conlleva de forma explícita o implícita un reto, en el cual entran en juego no solo los procesos sino también las actitudes y las creencias de los participantes y de la sociedad en general.

Factores como las diferencias entre el lenguaje tradicional y el matemático, la transformación del quehacer diario en el aula y las propuestas metodológicas entre otros, se convierten en elementos importantes y necesarios de analizar si se pretende lograr que el acto educativo favorezca el logro de objetivos de alto nivel; donde los errores más comunes en el planteamiento y la resolución de problemas, por parte de los estudiantes, debe ser un tema por tratar con la seriedad y profundidad requerida, así como la sistematización en su abordaje.

Esta tarea y desafío de transformación en el accionar, de quienes nos dedicamos a la enseñanza y particularmente de la Matemática, conlleva a la reflexión y el análisis sobre lo que en realidad se pretende con esta disciplina, su enseñanza y su aprendizaje; pues bien lo señalaba Polya, G. ((1944) citado por Planas, N. y Alsina, A. (2009))

... si [El profesor] dedica su tiempo a ejercitar a sus alumnos en operaciones rutinarias, matará en ellos el interés, impedirá su desarrollo intelectual y acabará desaprovechando su oportunidad. Pero si, por el contrario, pone a prueba la curiosidad de sus alumnos planteándoles problemas adecuados a sus conocimientos, y les ayuda a resolverlos por medio de preguntas estimulantes, podrá despertarles el gusto por el pensamiento independiente y proporcionarles ciertos recursos para ello. (p.12)

Se inicia este artículo con la descripción de lo señalado, en cuanto a la enseñanza de la Matemática centrada en la resolución de problemas, en el Programa de Estudio del Ministerio de Educación Pública.

Los Programas de Estudio en Costa Rica: Matemática y resolución de problemas

De acuerdo con los Programas de Estudio (2012), en Matemática, la resolución de problemas en contextos reales debe ser la base sobre la cual se rija el acto educativo. Con ello se procura que los estudiantes fortalezcan no solo sus capacidades cognitivas, sino que además, logren asimilar los contenidos de esta disciplina. Al respecto se señala

En el currículo se enfatizará el trabajo con problemas asociados a los entornos reales, físicos, sociales y culturales, o que puedan ser imaginados de esa manera. Se asume que usar este tipo de problemas es una poderosa fuente para la construcción de aprendizajes en las Matemáticas. (p.10).

Sin embargo, debe comprenderse que el empleo de dicha estrategia no debe ser una actividad aislada, es conveniente que esté presente en el quehacer diario del estudiante. Además, los problemas propuestos deben corresponder a un contexto real, lo cual podría despertar el interés y generar actitudes positivas hacia su estudio. Por tanto, para el planteamiento y la modelación puede recurrirse a diversa información, preferiblemente de la familia, la clase, la escuela, la comunidad, la prensa, Internet y algunos libros de texto. También, es importante considerar que el planteamiento de situaciones abstractas no debe dejarse de lado, dado que podría contribuir con el desarrollo de las capacidades y destrezas que permitirán el manejo de objetos matemáticos de índole abstracto, poner en juego distintas habilidades y procesos cognitivos que le obliguen a justificar sus conclusiones y al empleo de la demostración como recurso que valide resultados, así como al uso del lenguaje matemático y el razonamiento riguroso abstracto. Por ello, se advierte que:

La resolución de problemas como estrategia pedagógica hace converger principios esenciales del constructivismo, una premisa filosófica de la política educativa nacional, como la construcción estudiantil autónoma de aprendizajes, pero de una manera aún más vigorosa y eficaz, pues resulta fundamental una acción independiente y comprometida del sujeto en la acción de aula. (pp. 16-17)

Ante esta situación es necesario que los estudiantes no solo logren determinar la solución correcta de cierto problema sino que además, en su accionar reconozcan y compartan los argumentos esenciales que le permitieron resolverlo. Para ello deberán:

- Leer y comprender el enunciado.

- Traducirlo de forma correcta al lenguaje matemático.
- Seleccionar las estrategias y los métodos más adecuados para enfrentar su solución.
- Valorar los resultados matemáticos obtenidos.
- Ofrecer una respuesta acorde con lo que se le plantea.
- Poder evaluar y controlar su avance ante la resolución de problemas.

Esto procura fortalecer en los estudiantes diversas capacidades, como: comprensión de lectura, identificar situaciones problema, formular, diseñar y analizar problemas, desarrollar estrategias para la resolución y justificar adecuadamente las respuestas dadas.

Una propuesta que podría guiar al docente en el análisis sobre el avance de los estudiantes ante el proceso de resolución de problemas se presenta en el cuadro N° 1 mostrado a continuación:

Cuadro N° 1

Guía para analizar el avance de los estudiantes ante la resolución de problemas

Nombre del estudiante: _____ Sección: _____. Fecha: _____ Problema planteado: _____ _____ _____				
Instrucciones: de acuerdo con lo realizado por el estudiante, marque con una x según corresponda a cada criterio.				
Criterio	Sí	No		
1. Hay evidencia que permita asegurar que, al menos, intentó resolver el problema				
2. Al leer el problema logró comprenderlo				
3. Reconoció los datos relevantes en el problema				
4. Traduce al lenguaje numérico y operatorio el enunciado verbal del problema				
5. Justifica el porqué de la estrategia empleada en la solución				
6. Expone sus ideas, de solución, de forma clara				
7. Perseveró en la búsqueda de la solución				
8. Resolvió el problema				
9. La solución final del ejercicio es correcta				
10. La respuesta dada contiene precisión del lenguaje y guarda relación con la interrogante planteada				
Criterio	Siempre	Casi siempre	Algunas veces	Nunca
11. Argumenta de forma clara el porqué de la elección de cierto dato como relevante				

12. Las operaciones que propone tienen relación con el enunciado del problema				
13. Las operaciones que propone las resuelve de forma correcta				

Fuente: elaboración propia, con base en instrumentos aplicados en el proyecto fortalecimiento del aprendizaje de la Matemática, UNED, 2013.

Si bien el proceso de resolución de problemas debe ser una actividad que requiere una participación activa por parte de los estudiantes también involucra un compromiso del docente, el cual debe guiar, orientar, supervisar y registrar todo lo relacionado con la actividad, ello evidentemente podría no solo favorecer el acto educativo sino que además permitirá tomar decisiones en cuanto a los avances.

Por su parte la inserción de resolución de problemas en Matemática y de acuerdo con el MEP (2012), debe integrar al menos dos propósitos:

- **El aprendizaje de los métodos o estrategias para plantear y resolver problemas:** en este aspecto las recomendaciones teóricas planteadas por autores como George Pólya y Alan Schoenfeld, de quienes existe una vasta información tanto a nivel nacional como internacional, se convierten en guía para el trabajo en clase, principalmente para los primeros años de escolaridad. Sin embargo, debe imperar la idea que cada estudiante es quien debe proponer, diseñar e interiorizar cada una de las estrategias que emplea en la resolución de los diversos problemas. El aprendizaje de técnicas de solución de problemas no garantiza que una persona pueda resolver nuevos y distintos problemas; sin embargo, el constante empleo favorece el desarrollo de dicha capacidad.
- **El aprendizaje de los contenidos matemáticos:** el problema propuesto debe conllevar a generar aprendizajes matemáticos en un contexto específico. Por tanto, el estudiante deberá, a partir de lo planteado pensar sobre ideas matemáticas sin que ellas tengan que haber sido explicadas en detalle, así como enfrentarse a problemas sin que se hayan mostrado soluciones similares o que los conceptos o procedimientos matemáticos a enseñar estén íntimamente asociados a ese contexto.

El reto está, en proponer problemas de la vida real, que despierte el interés de los estudiantes y que tengan la suficiente complejidad para ser desafiantes según su nivel de escolaridad y las capacidades cognitivas que los estudiantes tengan, el fin es provocar una acción cognitiva que no sea sencilla. Esto puede verse favorecido al emplear situaciones que por su naturaleza no puedan resolverse en un corto tiempo, en contextos variados, que tengan múltiples soluciones o no tengan solución, esto podría reforzar aspectos como: las matemáticas no son verdades absolutas y que existen procesos constructivos que pueden durar mucho tiempo. Además, podría recurrirse al empleo de actividades en las cuales se aplique únicamente procedimientos de razonamiento lógico o bien que el estudiante a partir de los datos presentados sea quien construya las preguntas.

Algunas situaciones que podrían servir de guía son (puede consultarse otras en el anexo 1 de este documento):

Nivel I Ciclo de la Educación General Básica

- a) Si se tiene que repartir 20 chocolates entre cinco personas ¿Cuántos chocolates recibe cada persona?

Esta es una situación en la cual no hay una respuesta única, ya que busca concientizar al estudiante en que no se menciona el cómo deben ser repartidos dichos chocolates. Además, es un ejercicio ideal para romper estructuras de pensamiento no deseadas.

- b) Considere la siguiente expresión.

“En cierta clase se tiene que la cantidad de hombres es mayor que la de mujeres”

Escriba una frase equivalente a la anterior, pero empleando otras palabras.

Este tipo de actividades permiten identificar la comprensión de lectura y de un problema, además involucra el concepto de mayor que y menor que, así como el fortalecimiento del lenguaje matemático.

- c) Analice la siguiente expresión e indique si es falsa o verdadera

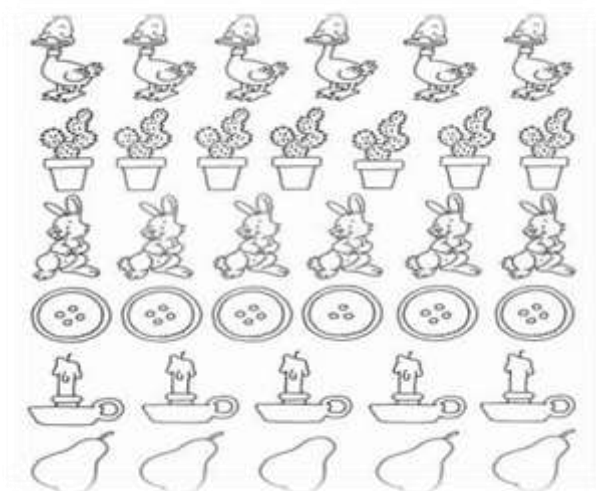
“Si hace sol entonces no hay nubes”

El empleo de este tipo de proposiciones estimula el análisis de situaciones cotidianas y la argumentación, además pueden verificarse con relativa facilidad.

- d) Al resolver cierto problema sobre helados y galletas, María planteó la siguiente operación $450 \times (15 + 8) + 150 \times (15 + 8) = \underline{\hspace{2cm}}$. Proponga el problema que está resolviendo María.

Con este problema se pretende estimular la creatividad e imaginación de los estudiantes, así como los conceptos de suma, producto y distributividad del producto respecto a la suma.

- e) Observe la siguiente figura



Si en cada fila hay un dibujo que presenta una diferencia respecto a los otros, colorea el detalle que hace la diferencia.

Esta situación pretende estimular la observación detallada y distinguir en una figura lo que es el fondo y lo que es la figura.

Con relación al concepto perceptual fondo-figura los psicólogos de la Gestalt y propiamente Kurt Doffka (1935):

...al oponerse al estructuralismo-atomista, que presuponía la suma de elementos más simples para formar una percepción, postulaban la acción de unas fuerzas organizativas, las cuales determinaban que el todo fuese algo más y distinto de la suma de las partes.

Las investigaciones que utilizaban el Ganzfeld (campo homogéneo de estimulación) habían mostrado que para que tenga lugar la percepción, se requiere un contraste en la estimulación, cierta heterogeneidad. La Psicología de la Gestalt (Koffka, 1935) añadió que la igualdad de estimulación produce fuerzas organizativas de cohesión (asimilación), mientras que la desigualdad de estimulación daba lugar a fuerzas organizativas de segregación (contraste).

- Asimilación: tendencia a minimizar las diferencias entre algunos elementos.
- Contraste: tendencia a exagerar las diferencias entre algunos elementos. (p.7)

- f) En un juego con dados los jugadores lanzan un dado dos veces y cada uno suma lo obtenido en cada lanzamiento. Gana quien obtenga la mayor cantidad al sumar.

Discusión.

- La única forma de ganar será si obtengo un seis en el primer lanzamiento y otro seis en el segundo lanzamiento.
- Es claro que pierdo si en primer lanzamiento obtengo un uno y en el segundo lanzamiento un dos.

Dicha situación permite realizar una serie de conjeturas que propician la incursión en los temas de las probabilidades.

- g) Se solicita a los estudiantes que realicen encuestas sobre temas relacionados con los productos consumidos durante el recreo para hacer, si fuese necesario, propuestas de mejora en alimentación.

Con este tipo de actividades, además de proponer estrategias del cómo recolectar, tabular, graficar e interpretar la información, se pretende concientizar a los estudiantes sobre los productos consumidos y su aporte a una alimentación saludable. Bajo esta técnica la cantidad de temas por investigar son muchos.

Nivel II Ciclo de la Educación General Básica

- a) Compré unos helados de igual precio. Si en total pagué 2 700 colones ¿Cuántos helados he comprado?
- b) Al ir al supermercado compré una sandía que pesaba ocho kilogramos. Al pagar con un billete de 2 000 colones me sobró 800 colones. Luego pasé por una verdulería en la cual se indicaba que el kilogramo de sandía vale 120 colones. En cuál lugar me saldría más barata la sandía de ocho kilogramos ¿En el supermercado o en la verdulería? ¿Por qué?
- c) Observe la siguiente figura.



Con base en ella, si se quieren ordenar las pesas de forma ascendente según su peso ¿Qué número le corresponde a cada una de las siguientes pesas?



- d) María quiere ir al cine a ver una película y ha quedado en reunirse con sus amigos en la puerta del cine a las 6:45 p.m. Antes de eso debe hacer las siguientes tareas:
- Bañarse, lavarse la cabeza y secarse el pelo, lo que le llevará 45 minutos en el cuarto de baño.
 - Vestirse y recoger su habitación, para lo cual dura 25 minutos.

Si su padre la llevará en el auto hasta el cine, pero desde su casa tardarán 10 minutos ¿A qué hora debe empezar María a hacer todas esas tareas y llegar a tiempo a la cita con sus amigos?

- e) De un depósito lleno de agua se saca la tercera parte del contenido, después la mitad del resto y aún quedan 1 200 litros de agua ¿Qué capacidad tiene el depósito?

	1 200 litros	

Nivel III Ciclo de la Educación General Básica

- a) Usted va al cajero automático del banco y necesita sacar 12 000 colones de su cuenta de ahorros. El cajero dispone de billetes de: 1 000 colones, 2 000 colones, 5 000 colones y 10 000 colones ¿Con cuántos billetes puede, el cajero, darle el dinero solicitado? ¿Cuál sería la menor cantidad de billetes que puede darle y de cuáles nominaciones?
- b) En la partida de un *rally* de velocidad se decide que los autos salgan cada 15 minutos, al iniciar la competencia los jueces se dan cuenta que el reloj electrónico del director de pruebas se dañó. Un burlón aparece con dos relojes de arena uno de siete minutos y otro de once minutos ¿Será posible marcar con ellos intervalos de 15 minutos? (Ejercicio tomado de González, F. (2006), p.11)
- c) Si se ha lanzado una moneda al aire cinco veces y ha salido todas las veces cara.
 1. Si se lanza una vez más la moneda ¿Qué crees que saldrá?
 2. ¿Considera que es fácil acertar lo que va a salir? ¿Por qué?
- d) Si se sabe que $2^2 + 3^2 + 6^2 = 7^2$, además $3^2 + 4^2 + 12^2 = 13^2$ y que $4^2 + 5^2 + 20^2 = 21^2$ ¿Cuánto es, en su forma de potencia, $8^2 + 9^2 + 72^2$?
- e) En una misma caja hay 10 pares de calcetines de color azul y 10 pares negros, y en otra caja hay 10 pares de guantes de color azul y otros tantos pares negros ¿Cuántos calcetines y guantes es necesario sacar de cada caja, para conseguir un par de calcetines y un par de guantes de un mismo color (cualquiera)?

Evidentemente las situaciones anteriores solo pretenden servir de guía, lo fundamental es que puedan contextualizarse según necesidades e intereses durante el proceso educativo.

En cuanto a la organización de la lección, en la propuesta de los Programas de Estudio (MEP, 2012), se evidencia que la resolución de problemas no debe verse como algo aislado, en ella se promueve la introducción y el aprendizaje de los nuevos conocimientos siguiendo cuatro pasos o momento centrales:

1. Propuesta de un problema.
2. Trabajo estudiantil independiente.
3. Discusión interactiva y comunicativa.
4. Clausura o cierre.

Por su parte diversos autores indican que existen varias razones que confirman la necesidad de la enseñanza a través de la resolución de problemas, por ejemplo De La Rosa, J. (2007), destaca que:

- La resolución de problemas implica poner un mayor énfasis en el desarrollo del aprendizaje que en su memorización.
- Solucionar problemas ayuda a que los estudiantes desarrollen hábitos de organización, trabajo y autoevaluación.
- Contribuye con el desarrollo de la capacidad para solucionar otros problemas y aplicar dicho aprendizaje para resolver situaciones de la vida cotidiana.
- Fomenta la participación de los estudiantes en su propio aprendizaje.
- Ayuda a confiar en sus posibilidades y a desarrollar hábitos de colaboración.

- Permite crear una forma de trabajo satisfactorio, atrayente y divertido, así como el establecimiento de actitudes de participación, gusto por el trabajo, por la precisión, entre otros.
- Porque la resolución de problemas es aplicable a todas las edades.
- Permite integrar conceptos, procedimientos y actitudes en una misma secuencia de aprendizaje, ya que, a través de procedimientos como contar, clasificar, representar, entre otros, se puede sacar conclusiones y con ello generalizar a los conceptos.

Es evidente que en la educación costarricense y de acuerdo con los Programas de Estudio la enseñanza de la Matemática apunta al uso de la resolución de problemas como una estrategia que deberá ser parte fundamental del acto educativo; esto a partir de una clara fundamentación teórica que acompaña y justifica su empleo. Sin embargo ¿Cuál es la concepción sobre los problemas que tiene los estudiantes?

Consideraciones de los estudiantes sobre lo que es un problema

Diversos investigadores, entre ellos Escudero, J. (1999) coinciden en que:

Un problema es una cuestión a la que no es posible contestar por aplicación directa de ningún resultado conocido con anterioridad, sino que para resolverla es preciso poner en juego conocimientos diversos, matemáticos o no, y buscar relaciones nuevas entre ellos. (p.10)

Por tanto un problema supone una situación que no podrá resolverse aplicando directamente los conocimientos que se tengan, sino que para solucionarlo es necesario reflexionar e interiorizar lo que se plantea y en ocasiones remitirlo a experiencias personales, manipular la información, representarla y establecer las operaciones matemáticas o ideas que le permitan proponer solución o soluciones si las hay. Todo esto exige que ante la resolución de problemas se requiera, en muchos casos, realizar un mayor esfuerzo.

Ahora bien, para los estudiantes ¿Qué es un problema? De acuerdo con Fernández, J. (2006), los resultados de investigaciones señalan que dicha noción se puede dividir en cinco clases:

- 1. Acomodación operativa con necesidad de solución:** pertenecen los estudiantes que consideran que un problema es una forma de disfrazar una serie de operaciones. Generalmente hacen cálculos con el fin de obtener un resultado sin analizar sus procedimientos, lo importante es obtener una solución la cual se recoge después de hacer alguna operación que les haga dar por terminado el problema. No estudian la solución y expresan lo que han obtenido aunque nada tenga que ver con lo que se les ha preguntado.

Los estudiantes pertenecientes a esta categoría consideran que los problemas son: “una serie de palabras con números y preguntas que hay que averiguar el número que tiene que salir” o “lo que se resuelve con operaciones”.

- 2. Reflexión operativa:** pertenecen a este grupo los que consideran que un problema es “algo” que ayuda a pensar. En ella se ubican los estudiantes que además de considerar que hay que pensar lo hacen, son quienes razonan cada una de las estrategias empleadas (reflexión operatoria consciente), generalmente son ágiles de pensamiento y creativos. Pero también se ubican los que no actúan con lo pensado (reflexión operatoria inconsciente), es decir consideran que hay que pensar pero solo hacen operaciones sin razonar, la idea es obtener una respuesta.

Los estudiantes pertenecientes a esta categoría consideran que los problemas son: “algo muy pensativo que se tiene que resolver”, “una situación difícil que nos ayuda a pensar”.

- 3. Sustitución de contenido:** son aquellos que entienden por problema un conjunto de operaciones difíciles. Además consideran que una operación es un problema siempre que ésta sea difícil. Habitualmente, no obtienen la solución o dejan la solución del problema a medias, se dedican a hacer por hacer.

Los estudiantes pertenecientes a esta categoría consideran que los problemas son: “una división, una suma o una resta difícil”, “un lío de operaciones cada año más largas y más difíciles”.

- 4. Imitación de iniciativas:** a esta clase pertenecen aquellos estudiantes que hacen bien, solo, lo que saben hacer. No son creativos y les gusta hacer prácticas en las cuales se de la reiteración de ejercicios. Si se encuentran con algún problema o alguna situación que no han enfrentado se quejan, y hacen responsable al docente de lo sucedido. Son aquellos que tienen grandes dificultades si en las actividades prácticas los ejercicios no se muestran tal y como fueron enseñados, por ejemplo: no saben calcular el área de un rectángulo que aparece en posición vertical ni inclinada, porque su mente lo asocia solo si está en posición horizontal.

Los estudiantes pertenecientes a esta categoría consideran que los problemas son: “aprender lo que le falta de dinero”, “es lo que sirve para aprender mucho”.

- 5. Negación consciente:** en esta clase están quienes se han rendido ante la solución de problemas. Consideran que es algo difícil y suelen dejar el ejercicio en blanco. Ni siquiera lo intentan. En ocasiones se limitan a llenar el espacio que se deja para la solución con un dibujo o copian algún dato del enunciado, el cual lo expresan de forma distinta, por ejemplo si en el enunciado hay un 25, en la solución escriben alguna operación, sin sentido, que de cómo resultado dicho número así como $15 + 10 = 25$.

Los estudiantes pertenecientes a esta categoría consideran que los problemas son: “una manera de complicarte la vida”, “algo difícil y aburrido”

En Costa Rica, según citan Alfaro, C y Barrantes, H. (2008), un estudio realizado por Barrantes, H. (2008), le permitió concluir que los estudiantes de la educación media consideran que un problema:

...puede considerarse como un ejercicio para verificar conocimientos, el cual no puede presentar la información que no sea pertinente, solo tiene una respuesta correcta y el enunciado presenta las claves de su solución.

Por su parte un elevado porcentaje piensa que un problema matemático se debe poder resolver en 15 minutos o menos; incluso en menos de 10 minutos según una amplia mayoría. Esto induce a que, en general no dediquen más de 10 o 15 minutos en el intento de resolver un problema o ejercicio matemático. (pp. 88-89)

Es claro que dichas concepciones conllevan a un análisis y una reflexión, dado que estas percepciones marcan en mucho el quehacer del estudiante, quizá por ello en ocasiones al plantear problemas en la clase muchos de los estudiantes ni si quiera intentan leer el problema. Además, lo señalado por Barrantes, podría deberse a que en ocasiones no se da el tiempo prudencial para que sean los estudiantes quienes resuelvan los problemas en clase o quizá porque solo se analizan al final de cada tema o en tareas que deben ser solucionadas en casa.

Otro aporte que podría favorecer, a los docentes, en su proceso de enseñanza, es conocer algunas de las dificultades que los estudiantes enfrentan al resolver problemas, sin duda esto beneficiará la toma de decisiones en cuanto a la implementación de diversas estrategias así como el logro de los objetivos educativos propuestos.

Dificultades presentadas por los estudiantes ante la resolución de problemas

En cuanto a las dificultades que presentan los estudiantes ante la resolución de problemas podría iniciarse con el impacto que provoca en ellos el solo uso del término “problema”, algunos docentes resuelven esto al emplear “situación problema”, por su parte De La Rosa (2007), considera que los estudiantes ante un problema, generalmente:

- a) No efectúan una lectura minuciosa que les permita comprender el enunciado. Lo cual le lleva a solicitar la ayuda al docente incluso antes de haber terminado de leer el problema.
- b) Intentan conseguir la solución de forma directa e inmediata, sin establecer un plan de trabajo; no organizan la información del enunciado o lo hacen precipitadamente.
- c) Lo resuelven rápidamente a modo de ensayo/error, sin lectura previa. Para ello toman los datos que sean numéricos (casi siempre diferenciados de las palabras en el enunciado) de acuerdo con los conocimientos que más dominan, aunque no necesariamente sean relevantes para la solución.
- d) Se dispersan con facilidad, producto de la dificultad que tienen de aislarse de otros estímulos y concentrarse en la tarea propuesta.
- e) Les falta razonamiento ante los datos que aportan, esto puede deberse a la carencia de madurez en los niños de niveles escolares bajos.
- f) Se bloquean cuando se les presentan situaciones novedosas o que no han sido explicadas, esto les impide incluso escuchar las sugerencias y explicaciones de los docentes.
- g) Lo presentado no les sugiere nada, lo cual provoca desmotivación y no sienten la necesidad de resolverlos. Es evidente que la realidad e interés de los estudiantes puede ser distinta a la de sus profesores.

Por su parte Conde, R y Conde Y. (2005) reafirman muchas de las consideraciones de De La Rosa al señalar

Hay una tendencia de los alumnos a iniciar la resolución de un problema sin realizar una lectura detallada y sin analizar qué estrategia de resolución puede utilizar. Esto se comprueba en el hecho de que los alumnos buscan en el texto del problema los números para realizar con ellos cualquier operación. Combinan los números contenidos en el problema de cualquier forma para obtener una solución.

Cuando se propone algún problema hay algunos alumnos que dicen que no saben hacerlo. Si se indaga la causa por la que no lo sabe resolver casi siempre se descubre que el problema central es el desconocimiento de algún término (o la flojera). Esto se comprueba con el hecho de que muchos alumnos piden ayuda para resolver un problema antes de haber terminado de leer el problema. (p.7)

Para Poggioli, L. (sf) los estudiantes ante la resolución de problemas presentan diversas dificultades, de ellas se destacan:

a) **Dificultades de comprensión lectora.**

Esto se evidencia por la tendencia que tienen los estudiantes a utilizar todos los datos presentados en el enunciado aunque no tengan relación con lo solicitado, lo cual evidencia la falta de comprensión general del problema y provoca conflicto para encontrar los datos intermedios no explícitos e induce a mantenerse dentro de lo que se exige sin ir más allá de su planteamiento.

Ante esta situación se señala que algunos estudiantes pueden resolver mejor los problemas si alguien se los lee y no es él quien lo lee.

Algunas de las razones que podrían justificar estas dificultades son: la complejidad sintáctica del lenguaje ordinario utilizado en el enunciado, la utilización de vocabulario técnico, la utilización de signos matemáticos o la incapacidad de relacionar las matemáticas con el contexto. Para De La Rosa, J. (2007) esto se debe a que:

- El lenguaje matemático, en ocasiones, tiene semejanza con el lenguaje ordinario; sin embargo, utiliza palabras y símbolos con un significado totalmente distinto. Por ejemplo:
 - El igual en matemáticas se refiere a la igualdad como $23 + 4 = 27$, por tanto dicho signo separa dos designaciones de un mismo objeto; sin embargo, en el lenguaje ordinario, quiere decir parecido o similar.
 - En matemáticas, el cuadrado no tiene cuatro lados iguales sino 4 lados de la misma longitud o congruentes, dado que si los lados fueran iguales, estarían superpuestos y por tanto colocados en el mismo lugar.
- En el lenguaje matemático las valoraciones subjetivas están ausentes, dado que se da énfasis a la precisión. Por ejemplo:
 - El uso de términos como delante y detrás del lenguaje ordinario en relación con anterior y posterior, puede provocar confusiones. En una fila de personas los que están delante o detrás de uno cambiarán dependiendo de que la fila esté mirando a derecha o a izquierda. En matemáticas el número que está “delante” es el “posterior” y el que está “detrás” es el “anterior” y esto no cambiará nunca.
 - En matemática un rectángulo es un cuadrilátero paralelogramo que tiene sus ángulos internos congruentes.
 - En numeración podemos decir indistintamente que “7 es más pequeño que 10, o bien, 10 es más grande que 7”; no obstante, nunca se dice: “10 es menos pequeño que 7, o que, 7 es menos grande que 10”
- El empleo de letras para la representación de variables, así como la notación alfabética y numérica de los números añaden mayor dificultad a los enunciados de los problemas.
- En ciertos problemas el empleo de datos irrelevantes en ocasiones dificulta la representación mental, pero puede contribuir para que los estudiantes identifiquen los datos importantes de los superfluos o a deducir que se trata de un problema que no se puede resolver por no disponer de todos los datos necesarios.

- En geometría por ejemplo, en un círculo se dispone de dos términos diferentes para distinguir la línea y la región interior a la línea (circunferencia y círculo). Sin embargo, para el triángulo o el rectángulo no existen palabras equivalentes; sino que se debe hablar de lados del triángulo o de interior del triángulo.
- En niveles básicos de enseñanza la realidad confronta el lenguaje matemático, el cual es abstracto con conceptos que son intangibles y que no existen en la realidad. En los primeros niveles, los objetos matemáticos deben reflejar esas realidades vivenciales llenas de tangibles y visuales, sin embargo de forma progresiva, los estudiantes, deben desprenderse de ellas en los niveles superiores de enseñanza. Ejemplo de ello sería la recta, el plano y el espacio.

b) El estudiante, generalmente, dedica muy poco tiempo a la resolución de un problema.

De acuerdo con Alfaro, C. y Barrantes, H. (2008) se determinó que la mayoría de los estudiantes consideran que el tiempo estimado para resolver un problema es de 10 minutos o menos. Por otra parte, Poggioli señala que se ha comprobado que el aumentar la dificultad en un ejercicio no conlleva a que el estudiante dedique más tiempo a analizar o plantear alguna propuesta de solución, casi siempre dedicará la misma cantidad.

Esto podría justificarse por la falta de hábitos como esfuerzo, dedicación y conseguir las propias metas. Habitualmente los estudiantes no disfrutan los retos intelectuales ni están dispuestos a invertir el tiempo en pensar. Ante esto es necesario que el docente les haga ver que los resultados logrados a través de la perseverancia producen aprendizaje, y sobre todo que esto les permitirá diseñar estrategias para enfrentar la solución de diversos problemas en la vida. Sin embargo, Jimeno, M. (2007) plantea que una de las grandes dificultades es que a los estudiantes se les brinda poco tiempo para que resuelvan las actividades que se le asignan, esto provoca que se refuerce la idea sobre:

...las tareas matemáticas se resuelven en escasos minutos, que si no se comprenden en poco tiempo no se hará tampoco aunque se disponga de más tiempo, con lo que los niños abandonan rápidamente las tareas si no saben la solución en escasos minutos. (p.9)

Además, advierte que:

En la enseñanza de las matemáticas, se le suele dar una mayor importancia al aprendizaje de términos o símbolos y a la sintaxis que a los significados. Los estudiantes aprenden pronto expresiones como $5 + 3 = 8$ o $9 - 3 = 6$, y el cálculo de estas pequeñas sumas o restas; pero cuando se trata de resolver un problema verbal, de aplicar estas operaciones, suelen preguntar ¿de qué es el problema? Los problemas verbales les plantean muchas dificultades a los estudiantes, los niños pueden haber asimilado los nombres de las operaciones, su sintaxis y el cálculo del resultado pero no saben aplicar esa operación a situaciones concretas. Si no se saben aplicar de poco sirve aprenderlas.

Se insiste en el cálculo, los estudiantes pueden ser capaces de ejecutar correctamente largas multiplicaciones, pero incapaces de resolver un problema sencillo de multiplicación. En nuestra vida nos encontramos con problemas o situaciones que tenemos que resolver, pero no con operaciones ya escritas. (p.10)

c) Dificultad para planificar el proceso de resolución del problema.

Es común que los estudiantes no puedan hacer la representación mental del enunciado del problema, aislar la información relevante, organizar la información, planificar las estrategias de resolución, aplicar los procedimientos adecuados, justificar sus pasos, verificar si la solución es o no correcta, revisar y supervisar todo el proceso.

d) **Poco dominio de procedimientos heurísticos generales y específicos, para resolver problemas.**

Lo cual podría deberse al escaso o nulo empleo de éstos en las lecciones.

Los procesos heurísticos están asociados a la capacidad de un sistema para realizar de forma inmediata innovaciones positivas para sus fines. La capacidad heurística es un rasgo característico de los humanos, desde cuyo punto de vista puede describirse como *el arte y la ciencia del descubrimiento y de la invención* o de resolver problemas mediante la creatividad y el pensamiento lateral o pensamiento divergente.

La popularización del concepto se debe al matemático George Pólya, con su libro *Cómo resolverlo (How to solve it)*. Habiendo estudiado tantas pruebas matemáticas desde su juventud, quería saber cómo los matemáticos llegan a ellas.

e) **Ausencia de conocimiento metacognoscitivo.**

Lo cual le impide tener conciencia de los procesos y estrategias que utiliza para la resolución del problema y corregirlos en caso de ser necesario.

f) **Bajos niveles afectivos y motivacionales hacia la matemática y hacia la resolución de problemas.**

Estas dificultades brindan un panorama respecto al qué se debe tomar en cuenta cuando se busca que los estudiantes resuelvan problemas. En el siguiente apartado se brindan algunas de las recomendaciones en cuanto a la didáctica.

La resolución de problemas y su didáctica

De acuerdo con Schroeder y Lester, citado por Bay (2000) (Alfaro, C y Barrantes, H. (2008)) la resolución de problemas puede ser empleada en el aula de tres formas:

- Enseñar para resolver problemas: consiste en explicar los conceptos y posteriormente plantear situaciones problema que pretenden poner en práctica lo aprendido. Podría asegurarse que esta situación es la generalizada en las actividades de mediación en Matemática de la educación costarricense.
- Enseñar acerca de la resolución de problemas: la cual pretende enseñar las estrategias o técnicas que permiten enfrentarse a la resolución de problemas; su enfoque principal es el aprendizaje de cómo resolver problemas y no necesariamente el de contenidos matemáticos. Esto podría emplearse en los primeros niveles de escolaridad, y se adecua a uno de los principios propuestos por el MEP.
- Enseñar mediante la resolución de problemas: se enfoca en enseñar los contenidos matemáticos a través de la resolución de problemas. Se iniciaría con una situación problemática y a partir de ello se van desarrollando los contenidos. Esta propuesta es la que mayor relación tiene con la propuesta en los Programas de Estudio del MEP.

Independientemente de la forma en la cual se inserten los problemas y su resolución no debe ser un acto espontáneo, esto debe hacerse de forma paulatina y de acuerdo con un plan estructurado, tomando en consideración factores como el nivel de escolaridad y sobre todo respetando el desarrollo cognitivo; con problemas bien seleccionados, dado que en ocasiones será para potenciar: la comprensión de lectura, la traducción al lenguaje numérico y operatorio, la selección de estrategias, la representación gráfica, el reconocimiento de patrones, el uso de razonamiento lógico o la prueba con la exhibición de casos.

Es importante que en los primeros niveles de escolaridad el docente se convierta en guía en cuanto a las diferentes etapas de la resolución de problemas; donde el inculcar la lectura minuciosa, el análisis y la comprensión de los datos así como la selección de los mismos, el trazo de planes de acción, la evaluación o monitoreo de las acciones, entre otras, debe formar parte no solo del quehacer del estudiantes sino de quien enseña. En estas etapas el alumno debe comprender el cómo seleccionar la mejor representación que le permita resolver un problema o construir un modelo, que pueda conjeturar sobre la posible solución y analice la validez del o los resultados obtenidos a la luz de lo propuesto en el problema. En esta fase es importante que inicien el proceso de justificar sea de forma escrita o verbal cada uno de los procedimientos empleados en la solución.

Para, Echenique, I. (2006)

...más que enseñar a los alumnos a resolver problemas, se trata de enseñarles a pensar matemáticamente, es decir, a que sean capaces de abstraer y aplicar ideas matemáticas a un amplio rango de situaciones y, en este sentido, los propios problemas serán las “herramientas” que les llevarán a ello.

Abordar la enseñanza bajo esta perspectiva es un proceso lento, que debe iniciarse en los primeros años de escolaridad obligatoria. Llevaría además a un cambio sustancial en las creencias. (pp. 10-11)

Además, plantea “...la escuela es el lugar donde los alumnos deben aprender a resolver problemas y, si no dedicamos a ello el tiempo que la actividad requiere, difícilmente se logrará en años posteriores...” (Echenique, I. 2006. p. 24).

Poggioli, L. (sdf), señala que diversos investigadores, entre ellos Mayer (1992) y Stenberg (1987), se han dedicado al estudio del tipo de conocimiento involucrado en la resolución de un problema, y han determinado que la eficiencia en la resolución de problemas está relacionada con el conocimiento específico del área en cuestión. Además, advierte que:

...estos autores coinciden en señalar que los tipos de conocimiento necesarios para resolver problemas incluyen:

- ◇ Conocimiento declarativo: por ejemplo, saber que un kilómetro tiene mil metros.
- ◇ Conocimiento lingüístico: conocimiento de palabras, frases, oraciones.
- ◇ Conocimiento semántico: dominio del área relevante al problema, por ejemplo, saber que si Álvaro tiene 5 bolívares más que Javier, esto implica que Javier tiene menos bolívares que Álvaro.
- ◇ Conocimiento esquemático: conocimiento de los tipos de problema.
- ◇ Conocimiento procedimental: conocimiento del o de los algoritmos necesarios para resolver el problema.
- ◇ Conocimiento estratégico: conocimiento de los tipos de conocimiento y de los procedimientos heurísticos. (p. 10)

Así que durante la implementación de dicha estrategia el docente debe garantizarse que el estudiante tiene o puede inferir los diversos conocimientos que requieren para la solución de la situación.

Por su parte González, F. (2006), señala algunas herramientas heurísticas que podrían contribuir con la toma de conciencia sobre la actividad cognitiva personal y su consiguiente registro, algunas de ellas son:

1. *Hablar con el problema*: ello consiste en establecer un “diálogo” con el enunciado. Para ello el docente podría solicitar al estudiante que formule preguntas como: ¿Qué me dan? ¿Qué me piden? ¿Qué es lo que debo encontrar? Probablemente se requiere de la lectura reiterada del enunciado.
2. *Autointerrogatorio*: lo cual invita a la reflexión concurrente durante el proceso de resolución. Por ello es fundamental que puedan dar respuesta a interrogantes como ¿Qué estoy haciendo? ¿Para qué lo estoy haciendo? ¿Dónde me lleva lo que estoy haciendo?

Silva, M; Rodríguez, A y Santillán, O. (2009), sugieren que durante todo el proceso algunas preguntas generadoras que podría ayudar son:

- ¿Crees que lo resolviste correctamente?
 - ¿Me puedes explicar qué es lo que se pregunta en este problema?
 - ¿Qué procedimiento utilizaste, qué pasos seguiste?
 - ¿Por qué consideras que esa respuesta es la correcta?
 - ¿Verificaste si tenías algún error?
 - ¿Qué cosas que has aprendido en la escuela te sirvió para resolver este problema? (o fuera de ella si fuera el caso)
- En el caso que la respuesta del alumno fuera incorrecta, se les pregunta:
- ¿Qué elementos no entiendes, qué confusiones presenta en los conceptos relacionados al problema específico? (p.28)

Para De La Rosa, J. (2007), también es necesario que:

- El docente transmita, a través de sus palabras y metodología, confianza a los estudiantes en cuanto a las capacidades de cada uno de ellos ante la resolución de problemas así como comunicarles la dificultad de la tarea que hay que realizar y el grado de esfuerzo que exige, porque el alumno tiende a experimentar una gran satisfacción cuando es capaz de resolver un problema desafiante.
- La utilización de creatividad en el aula permitirá orientar a los alumnos a descubrir problemas, con estrategias más específicas como:
 - Dramatizar en clase técnicas de compra y venta.
 - Matematizar situaciones de la vida cotidiana.
 - Utilizar e inventar juegos matemáticos: rompecabezas, numerogramas, criptogramas, jeroglíficos, sudokus, tangramas, ajedrez, uno, domino...
 - Interpretar y elaborar planos, sobre todo planos que les sean significativos.
 - Hacer traducciones del lenguaje ordinario al lenguaje matemático.
 - Reproducir a escalas edificios, estatuas, juguetes.
 - Utilizar cuentos para introducir contenidos o plantear situaciones problemáticas.

Discusión y conclusiones

En Costa Rica, el Programa de Estudio para el área de Matemática y su propuesta de implementar la resolución de problemas como eje principal en la actividad de aula, conlleva una transformación pero sobre todo un reto en el quehacer diario de los docentes. Sin embargo, aunque la propuesta contiene un marco referencial amplio y rico en ideas, es fundamental la capacitación de los docentes sobre ¿Cómo implementarla? Dado que la verdadera transformación y ejecución supera cualquier discurso teórico. Éstas deben estar enfocadas, principalmente, en brindar a los docentes la orientación clara y precisa sobre el accionar en la práctica.

Al emplear la resolución de problemas como estrategia metodológica, de acuerdo con la información presentada y el análisis de la misma, se ofrecen las siguientes recomendaciones.

- a) Se debe plantear a los estudiantes situaciones problemáticas surgidas de contextos reales y que exijan planificar la acción, controlar y supervisar lo que se hace y se piensa, así como evaluar los resultados obtenidos. Algunas características deseables en el problema son: ser práctico de manera que le encuentren un sentido lógico, que admita más de una solución así como que posibilite el empleo de más de un método para alcanzar la solución.
- b) La implementación de situaciones abstractas no debe dejarse de lado, sin embargo debe estar en función de objetivos claros y atender las necesidades cognitivas para su implementación. Su uso pone en juego distintas habilidades que le obliguen a justificar conclusiones, al empleo de la demostración como recurso que valide resultados, al uso del lenguaje matemático y el razonamiento riguroso.
- c) En los primeros niveles de escolaridad, el docente, debe resolver en forma conjunta con los estudiantes diversos problemas, para ello debe razonar en voz alta y mostrar los procesos de razonamiento y las actitudes necesarias para su resolución. Incentivando aspectos como: comprensión lectora del enunciado, los conocimientos que se deben aplicar, la estrategia más conveniente que se debe seguir, la determinación de continuar o abandonar el camino seleccionado, actitudes de perseverancia, flexibilidad para corregir los errores, reflexión para encauzar las estrategias, espíritu de superación ante las dificultades y posibles estimaciones de solución, entre otras.
- d) Se debe involucrar a los estudiantes en el reconocimiento de los datos presentes en el problema, incluso aquellos que no son necesarios y los que son irrelevantes para resolverlo.
- e) Proponer la operación u operaciones mediante las cuales se puede resolver según lo analizado a partir de la lectura.

Es importante que esta fase no se convierta en un espacio para que el docente sea quien ejemplifique a los estudiantes el cómo se hace, dado que el trabajo conjunto es lo que debe imperar. Posteriormente los estudiantes resuelven el problema y se pueden proponer otros que conserven la misma estructura que el problema inicial, preferiblemente que sean los alumnos quienes los propongan, de tal manera que sólo varíen los datos y el contexto. De esta manera se contribuye así con el aprendizaje transferible a nuevas situaciones.

Terminada esta fase sería conveniente que el docente plantee algunas variantes para incentivar la inventiva y creatividad en el estudiante, dado que si se prioriza o se usa de manera exclusiva esta estrategia, sin introducir ninguna variante, el problema dejara de serlo. El dar datos para que puedan plantear problemas es una excelente estrategia.

- f) Si bien las recomendaciones teóricas planteadas por diversos autores respecto a cómo enfrentar la resolución de problemas puede servir de guía a los estudiantes, es necesario que sean ellos quienes desarrollen sus estrategias de solución.

- g) La reformulación verbal de los problemas mediante el empleo de términos de uso familiar sin que esto afecte la estructura original debe imperar como parte de la estrategia para la solución. Esta fase requiere, un acompañamiento, dado que la reelaboración del enunciado podría modificar la estructura original del problema, lo cual no conduciría a solucionarlo. Otro aspecto que debe ser valorado es si la reelaboración trae consigo la eliminación del lenguaje técnico o de palabras, lo cual podría resultar una limitante en la ampliación semántica del vocabulario.
- h) Durante el proceso de resolución, por parte de los estudiantes, el docente deberá plantearles diversas interrogantes que le guíen y que además le permita comprobar si están entendiendo y justifica lo que hace. Las preguntas podrían tender a recuperar ciertos conceptos y conocimientos involucrados en el planteamiento del problema, aumentando con ello la probabilidad de que el estudiante elija los procedimientos adecuados para resolverlo.
- i) Una actividad enriquecedora y casi obligatoria es facilitar al estudiante la explicitación de los razonamientos durante el proceso de solución del problema. Esto contribuye a fomentar el pensamiento en voz alta, lo cual hace que el estudiante sea consciente de las razones por las que va tomando decisiones, fortaleciendo el pensamiento reflexivo y crítico. Es conveniente que puedan dar respuesta a ¿Cómo se le ocurrió esta forma de solución? ¿Qué pensó cuando decidió realizar determinada operación? ¿Por qué cree que funciona? ¿Para qué la resolvió y que obtiene con ello? ¿Qué le ayudó a pensar de esa manera? ¿Habrá otra forma de resolverlo?

El trabajar la resolución de problemas en pequeños grupos donde el estudiante esté obligado a ser claro y a justificar su proceso de resolución, permite el intercambio de ideas en torno a la resolución de problemas, se tome conciencia de que un mismo problema puede abordarse a través de distintos procedimientos y compartir las dificultades que puede contribuir a que éstas se vivan con menos carga de angustia. Es valioso que expliquen a los compañeros lo que pensaban mientras resolvía el problema fomentándose el aprendizaje cooperativo. Respecto a esta metodología del aprendizaje cooperativo Ortega y Melero (1999) mencionan:

...hablamos de estructura de aprendizaje cooperativo cuando se organizan tareas en las que la cooperación es la condición para realizarlas. Son tareas de aprendizaje que no se pueden realizar si no es colaborando entre los compañeros. No se puede tener éxito si los compañeros no lo tienen. Se liga el éxito propio al éxito del resto. (p. 17)

Bibliografía

- Alfaro C y Barrantes, H. (2008). ¿Qué es un problema matemático? Percepciones en la enseñanza media costarricense. Cuadernos de investigación y formación en educación matemática. Centro de investigaciones matemáticas y meta-matemáticas. Año 2, No.4. San José Costa Rica.
- Conce, J y Conde Y. (2005). El alumnado de secundaria ante los problemas matemáticos. Recuperado http://sedici.unlp.edu.ar/bitstream/handle/10915/24662/Documento_completo.pdf?sequence=1
- De La Rosa Sánchez, J. (2007). Didáctica para la resolución de problemas. Educación primaria. Recuperado de https://dl.dropboxusercontent.com/u/5941054/blog_mates/compematex/ordenados/primaria/Did%C3%A1ctica%20para%20la%20Resoluci%C3%B3n%20de%20Problemas%20Jose%20de%20la%20Rosa.pdf

- Echenique, I. (2006). Matemáticas resolución de problemas. Recuperado de <https://www.edu.xunta.es/centros/ceipisaacperal/system/files/matematicas.pdf>
- Escudero, J. (1999). Resolución de problemas matemáticos. Recuperado de <http://www.creadotecnia.es/descargas/escudero-2.pdf>
- Fernández, J. (2006). Algo sobre resolución de problemas matemáticos en educación primaria. Recuperado de <http://www.grupomayeutica.com/documentos/21.%20ALGO%20SOBRE%20RESOLUCIoN%20DE%20PROBLEMAS%20MATEMATICOS.pdf>
- González, F. (2006). Cómo desarrollar clases de Matemática centradas en resolución de problemas. Recuperado de <http://www.galeon.com/unvm/Cap12.pdf>
- Jimeno, M. (2007). Las Dificultades en el aprendizaje matemático de los niños y niñas de Primaria: causas, dificultades, casos concretos. Recuperado de http://www.juntadeandalucia.es/averroes/~cepc03/competencias/mates/primaria/Dificultades_matematicas%20primaria%20Manuela%20Jimeno.pdf
- Koffka, K . (1935). Principios de la psicología de la Gestalt. Recuperado de <http://www.ub.edu/pa1/node/60>
- MEP. (2012). Programas de Estudio en Matemáticas. Costa Rica.
- Ortega, M. & Melero, M. (1999). El aprendizaje cooperativo: <<principios básicos>>. Editorial Gráficas Lizarra. Pamplona, Navarra.
- Planas, N. y Alsina, A. (2009). Educación Matemática y buenas prácticas. Graó: Barcelona.
- Poggioli, L. (sf). Estrategia de resolución de problemas. Recuperado de http://spratfau.files.wordpress.com/2011/09/biblio_estrategias-de-resolucic3b3n-de-problemas.pdf
- Polya, G. (1975). How To Solve It. Princenton University Press. Second Edition. New Jersey, Unit States.
- Silva, M; Rodríguez A y Santillán, O. (2009). Método y estrategias de resolución de problemas matemático utilizadas por alumnos de 6to. Grado de primaria. Recuperado de http://www.cimeac.com/images/2a_parte_reporte_final_inide.pdf