

## Taller: Resolución de problemas mediante aprendizaje autorregulado ¿Cómo implementarlo en el aula?

Irene María Herrera Zamora  
imherreraz@costarricense.cr  
Fabiana Mahtabel Arteaga Cervantes  
hada061419@hotmail.com  
Universidad Autónoma de Puebla

**Resumen:** El siguiente taller tiene como propósito discutir ideas relacionadas con la resolución de problemas mediante aprendizaje autorregulado. En dicho taller se resolverán algunos problemas proponiendo diferentes caminos de solución, con el objetivo de reflexionar sobre los procesos de resolución desde la perspectiva del estudiante y contrastarla con la del docente, de manera que se incida en la forma de concebir la didáctica de las matemáticas, así como en las estrategias más significativas y efectivas para los estudiantes. Se realizará un proceso de verbalización del pensamiento, tratando de interpretar la resolución de cada problema desde el punto de vista del estudiante, y la nuestra como docentes.

**Palabras claves:** Matemática, resolución de problemas, aprendizaje autorregulado, metacognición.

### Objetivos

- Implementar el aprendizaje autorregulado en la resolución de problemas matemáticos.
- Fomentar en los y las participantes una mayor conciencia hacia la importancia de una aplicación efectiva de metodologías que permitan a los estudiantes ser constructores de sus aprendizajes.
- Reflexionar sobre el proceso que pueden realizar los estudiantes al resolver problemas no rutinarios, para describir y explicar de manera hipotética los posibles procesos y respuestas elegidos por los estudiantes con respecto a los problemas.

### Actividades

- 1) Presentación del taller. (3 minutos)
- 2) Ideas generales: ¿Qué significa resolver problemas matemáticos? ¿Se ha aplicado apropiadamente la metodología de resolución de problemas en la clase de matemática? (7 minutos)
- 3) Análisis de resultados de Shoenfeld. (10 minutos)
- 4) Aplicación del aprendizaje autorregulado en problemas matemáticos. (40 minutos)
- 5) Posibles respuestas de estudiantes de secundaria y preparatoria. (10 minutos)
- 6) Soluciones a los problemas planteados. (15 minutos)
- 7) Cierre: Evaluación del taller, comentarios y sugerencias.

## **Justificación**

Como parte del plan de estudios de la Maestría en Educación Matemática, recientemente inaugurada en la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (BUAP), México, hemos recibido una asignatura denominada Metodología de la Investigación I, con una orientación didáctico-pedagógica, donde se ha explorado el aprendizaje autorregulado de los alumnos como una metodología que potencia la adquisición y construcción efectiva de nuevos conocimientos en los aprendices. Esta metodología consiste de tres fases: planeación, ejecución y reflexión, en las cuales se deben activar de manera rutinaria los recursos conceptuales, metacognitivos, motivacionales, comunicativos y contextuales. En este contexto, como parte de las actividades, se han analizado los procesos implicados en la resolución de problemas matemáticos mediante el aprendizaje autorregulado y sus implicaciones al ser implementado en actividades propuestas a los estudiantes de nivel básico (secundaria) y preparatoria.

Por lo anterior, nos hemos dado a la tarea de proponer este taller como una forma de crear un espacio de reflexión docente hacia la resolución de problemas, que se presume es un componente fundamental para propiciar el aprendizaje de acuerdo con los programas de estudio de países como México y Costa Rica, empleando un acervo teórico basado en los resultados de Shoenfeld (1992), Valle y Ávila (2010), investigadores con reconocimiento internacional en el estudio y análisis de la educación basada en problemas; además de una breve referencia a los planes y programas de estudio tanto de México como de Costa Rica, tal como se muestra a continuación.

## **La enseñanza mediante la resolución de problemas en Costa Rica**

En Costa Rica, los nuevos Programas de Estudio de Matemáticas para I y II Ciclo de la Educación Primaria, III Ciclo de Educación General Básica y Educación Diversificada propone la resolución de problemas como enfoque principal del currículo. Para lograrlo se espera que la construcción de los aprendizajes sea asumida por cada estudiante y que el trabajo docente propicie la generación de aprendizajes en las cantidades y calidades requeridas. Por lo que, aprender a plantear y resolver problemas y especialmente usarlos en la organización de las lecciones se adopta como la estrategia central para generar esas capacidades (MEP, 2013).

## **La enseñanza mediante la resolución de problemas en México**

Por su parte, en México (SEP, 2011, p. 19), los Programas de Estudio, 2011, para Educación Básica Secundaria en Matemáticas plantea que los conocimientos adquiridos y las habilidades y actitudes desarrolladas durante la Educación Básica son fundamentales para la formación matemática que permite a los individuos enfrentar con éxito los problemas de la vida cotidiana. Y que “La experiencia que vivan los alumnos al estudiar matemáticas en la escuela puede traer como consecuencias: el gusto o el rechazo por ellas, la creatividad para buscar soluciones o la pasividad para escucharlas y tratar de reproducirlas, la búsqueda de argumentos para validar los resultados o la supeditación de éstos según el criterio del docente.” Con respecto al enfoque didáctico, para generar las capacidades requeridas en los estudiantes, en los Programas de Estudio mexicanos, se sugiere, como parte de la metodología para el estudio de las Matemáticas, despertar el interés de los alumnos e invitarlos a reflexionar para encontrar diferentes maneras de resolver problemas matemáticos; así como formular argumentos que den validez a los resultados. “Al mismo tiempo, las situaciones planteadas deberán implicar justamente los conocimientos y las habilidades que se quieren desarrollar.”

## **Resolución de problemas**

Continuando con la idea anterior, es importante tener claros algunos conceptos:

### **¿Qué es un problema matemático?**

Primeramente, un problema se considera como tal si implica un propósito u objetivo que hay que conseguir, y además es aceptado como problema por alguien. Para resolverlo se presentan ciertos obstáculos, por lo que requiere cierta deliberación, ya que el que lo afronta no conoce ningún algoritmo o procedimiento para resolverlo. Por lo tanto, un problema debe representar un reto adecuado a las capacidades de quien intenta resolverlo.

### **¿Qué implica resolver un problema matemático?**

Resolver un problema implica recorrer una serie de etapas hasta solucionarlo: leer el problema, analizar la situación propuesta, explorar las posibles vías de acción, planificar un proceso de solución e implementarlo, y verificar la solución encontrada. Estas etapas pueden ser recorridas más de una vez, en caso de ser necesario hasta alcanzar la solución óptima al problema planteado. Sin embargo, la resolución de problemas es un proceso, no un procedimiento paso a paso; es fundamentalmente un viaje, no un destino. Lo importante es aceptar el problema, arriesgarse a buscar una solución, descubrir nuevos conocimientos y crear soluciones adecuadas.

### **¿Qué aprendemos resolviendo problemas?**

Aprendemos especialmente a entender cómo razonamos, a dominar nuestros estados de ánimo y a aumentar la confianza en nosotros mismos, potenciamos nuestras capacidades para enfrentar nuevos retos, etc.

### **¿Cuál es el mejor método para resolver problemas?**

La única manera es resolviendo problemas. Cada problema que enfrentamos, logrado o no, nos provee de estrategias para resolver el siguiente. De alguna manera aprendemos a aprender, por eso es importante esta actividad. Pero se requiere creer que podemos resolverlo, ser persistente y aceptar, si es necesario, otros puntos de vista que nos aclaren el camino de solución, y disciplina para continuar hasta lograr la meta o aprender algo nuevo durante el camino.

### **¿Qué hacer ante una sensación de bloqueo?**

Ante un problema del cual desconocemos el camino, pero vislumbramos en cierta medida lo que queremos alcanzar, surgen actitudes positivas y negativas. Las positivas pueden ser la disposición por aprender, curiosidad, persistencia, etc. Pero las actitudes negativas como el miedo a lo que no entendemos, nerviosismo, apresuramiento por acabar, vergüenza por no saber dar una respuesta pronto, etc. pueden provocar bloqueos que obstaculizan nuestro aprendizaje. Entonces, hay que recordar la importancia del proceso que realizamos, más que en la solución misma. Porque mediante el proceso se aprende.

## **Aprendizaje autorregulado**

Primeramente, para referirnos brevemente acerca del aprendizaje autorregulado vale mencionar que un cambio de perspectiva desde el conductismo al cognitivismo dentro de la Psicología de la Educación supuso, “el reconocimiento del aprendiz como un participante activo del proceso de aprendizaje (Di Vesta, 1989). Lo anterior contrasta con el proceso de enseñanza llevado a cabo, por los docentes de todos los niveles educativos, desde hace varios años. Por ello los sistemas educativos de diferentes países

están promoviendo cambios en la metodología de enseñanza-aprendizaje dentro de las instituciones educativas. Esto se puede complementar con la idea de que “Los investigadores que se desplazan del laboratorio a situaciones de aprendizaje más realistas se encuentran con un aprendiz mucho más activo y creativo, un aprendiz que busca construir el significado más allá de las informaciones puntuales que recibe de su ambiente”. (Valle et al, 2010). Además, según Valle, “un elemento esencial del proceso de aprendizaje de los sujetos autorreguladores es su carácter inherentemente constructivo y dirigido a metas.”

De acuerdo con Valle (2010) “Este nuevo aprendiz posee habilidades denominadas metacognitivas o metacomponenciales -conocimiento sobre los propios procesos cognitivos o sobre los propios procesos de adquisición de conocimiento.” Considerando lo anterior, la meta fundamental de los sistemas de educación es ayudar a los estudiantes a “ser expertos en cómo aprender y utilizar lo aprendido para construir conocimientos útiles en cada ámbito específico” (Mayer, 1992).

Según Valle et al (2010) “... el aprendiz autorregulado debe controlar de forma adecuada sus procesos seleccionando y organizando la información relevante y construyendo conexiones desde el conocimiento existente relevante.” Un problema debe estar acorde con los conocimientos y habilidades previas de quien lo debe resolver, sin embargo, no es suficiente dado que con respecto a un comportamiento eficaz y los recursos necesarios para la resolución de problemas, Schoenfeld, (1992) menciona que “... no es sólo lo que usted sabe, es cómo, cuándo, y si usted lo usa”. Esto revela la necesidad de ayudar a los estudiantes en el desarrollo de habilidades de autorregulación durante la resolución de problemas matemáticos.

A continuación se presentan algunas figuras que muestran resultados observados por Schoenfeld, (1992) con respecto al modo en que resolvieron problemas matemáticos algunos sujetos durante un tiempo estimado de 20 minutos. Las actividades valoradas como importantes para llevar a cabo durante la resolución de problemas consistían en leer, analizar, explorar, planificar, implementar y verificar. En el primer caso (figura 1) se muestra la gráfica de un intento de resolución de problemas llevado a cabo por un par de estudiantes trabajando en equipo: según la figura, Los estudiantes leyeron rápidamente el problema y pasaron directamente a explorar la situación, basados en un enfoque que claramente no les permitía avanzar hacia la solución del problema. Al final de los veinte minutos se les preguntó cómo ese enfoque les habría ayudado a resolver el problema original. No pudieron contestar al respecto.

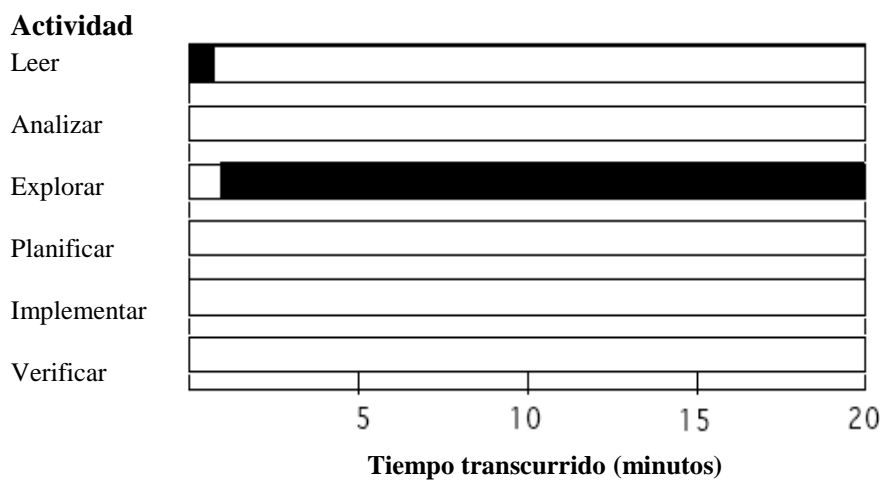


Figura 1. Gráfico de línea de tiempo de un intento típico de estudiantes para resolver un problema no estándar.  
Fuente: (Schoenfeld, 1992)

La mayoría de las veces, los docentes no observan dicha situación en sus clases de matemáticas pues tal comportamiento no suele aparecer cuando los estudiantes trabajan ejercicios rutinarios donde ya conocen la técnica que deben aplicar para resolver. Pero cuando los estudiantes están resolviendo un verdadero problema, el cual no les resulta familiar el comportamiento resulta similar al ilustrado en la figura anterior. En la colección de (más de cien) cintas de vídeo de la universidad y los estudiantes de secundaria que trabajaron problemas desconocidos de Schoenfeld (1992), aproximadamente el sesenta por ciento de los intentos de solución fueron de la variedad "*leer, tomar una decisión rápidamente, y llevar a cabo esa dirección contra viento y marea*". Y esa primera decisión, apresurada o prematura, mal tomada, si no se reconsideró y revocó, garantiza el fracaso.

En contraste con la figura 1, se le encomienda la resolución de un problema a un matemático. Su modo de llevar a cabo la tarea se presenta en la figura 2:

### Actividad

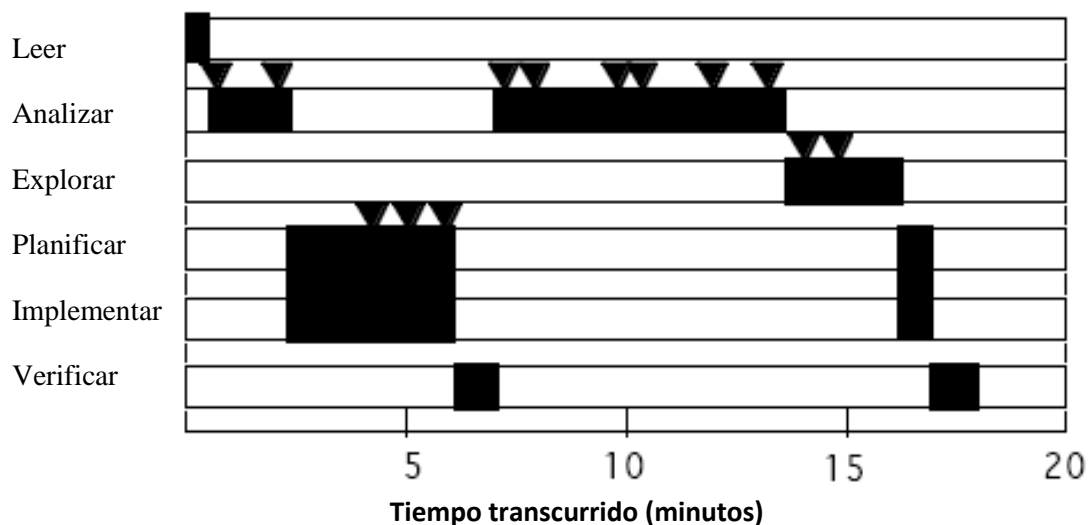


Figura 2. Gráfico de línea de tiempo de un matemático que resuelve un problema más difícil  
Fuente: (Schoenfeld, 1992)

Lo primero que se puede destacar es que el matemático pasó más de la mitad de su tiempo asignado tratando de dar sentido al problema. En lugar de comprometerse con cualquier dirección particular, hizo una importante cantidad de análisis y exploración. No pasó mucho tiempo en exploración no estructurada o se pasó a la aplicación hasta que estuvo seguro de que estaba trabajando en la dirección correcta. En segundo lugar, cada uno de los pequeños triángulos invertidos en la Figura 2 representa un comentario explícito sobre el estado de su solución de problemas, por ejemplo, "Hmm... No sé exactamente por dónde empezar aquí" (seguido de dos minutos de analizar el problema) o "Aceptar. Todo lo que necesito para ser capaz de lograrlo es [una técnica particular] y listo" Y seguidamente, la implementación directa de la solución del problema. Este matemático, administró el tiempo y las actividades de modo eficiente de manera que abandonó a tiempo los caminos que no parecían ayudar a resolver el problema.

La forma de trabajar de un estudiante durante la resolución de problemas es muy diferente a la que emplea un experto en problemas desconocidos para él. Los estudiantes desconocen o no pueden utilizar las habilidades directivas que demuestra un experto. Sin embargo, pueden desarrollarlas como resultado de

una instrucción explícita que se centra en los aspectos metacognitivos del pensamiento matemático. Donde el docente, siguiendo la metodología de Shoenfeld, toma el papel de "consultor itinerante" mientras los alumnos resuelven problemas en pequeños grupos. De modo que pueda cuestionar a los estudiantes con preguntas tales como ¿Qué estás haciendo exactamente? ¿Puedes describirlo con precisión? ¿Por qué haces eso? ¿Cómo encaja en la solución? ¿Qué vas a hacer con el resultado cuando lo consigas?

Quizás la falta de costumbre a estos cuestionamientos incomode al principio a los estudiantes, sin embargo, con el tiempo, estos cuestionamientos serán habituales y favorecerán mayor conciencia y reflexión cada vez que se enfrenten a algún problema.

Sin embargo, la siguiente figura (figura 3) muestra la nueva forma de trabajo de dos estudiantes luego de recibir un curso de resolución de problemas:

### Actividad

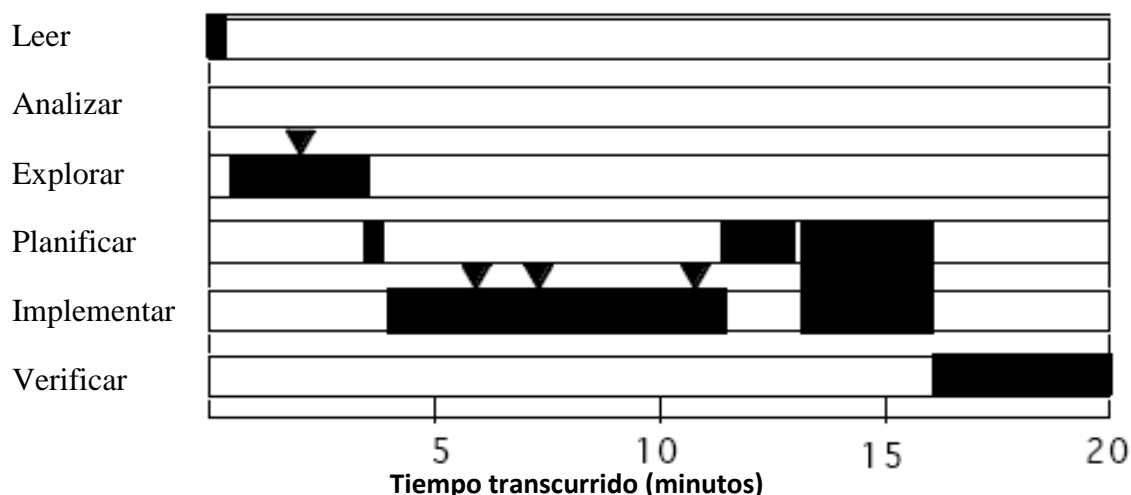


Figura 3. Gráfico de línea de tiempo de dos estudiantes que trabajan un problema después de recibir un curso de solución de problemas. }

Fuente: (Shoenfeld, 1992)

Los resultados de esta forma de trabajo con los estudiantes se ilustran en la figura 3. Después de leer el problema, intentan explorar una posible solución que, desafortunadamente, se basa en una suposición infundada. Pero se dan cuenta de esto un par de minutos más tarde, y deciden probar otra cosa. Esa elección también era mala, y se involucraron en los cálculos complicados que los mantuvieron ocupados durante ocho minutos y medio. Pero en ese momento se detuvieron una vez más. Uno de los estudiantes dijo: "No, no estamos logrando nada aquí [Lo que estamos haciendo no está justificado] ... Rectificaron y encontraron una solución poco tiempo después.

### Retos y estrategias en la educación

Según el Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (MEP, 2013), aprender a plantear y resolver problemas y especialmente usarlos en la organización de las lecciones se adopta como la estrategia

central para generar esas capacidades Al desafío intelectual le es consubstancial, un nutriente para una labor de aula inteligente y motivadora. Para lograr lo anterior se deben tomar en cuenta cuatro momentos centrales:

- (1) propuesta de un problema,
- (2) trabajo estudiantil independiente,
- (3) discusión interactiva y comunicativa,
- (4) clausura o cierre.

Estos pasos requieren que el estudiante retome su responsabilidad como gestor de su aprendizaje, y no como un simple receptor pasivo del conocimiento que le transmite su profesor durante la lección, para que lo reproduzca en las evaluaciones que se le realizan.

### **Algunos de los problemas para trabajo durante el taller:**

1. Apúrate caracol
2. Contando trenes.
3. Mezclando líquidos de colores
4. El jardín de manzanas
5. Los dos viajeros

Una reflexión que ha de orientarnos frente a un problema que se pretende traducir en una situación didáctica, es más que el cómo el docente puede resolverlo o qué proceso sigue para resolverlo, es el preguntarnos: **¿Cómo resolverían los estudiantes este problema?**

Finalmente, debemos recordar que para resolver cualquier problema matemático es fundamental el conocimiento y entendimiento de los principios matemáticos que permiten dar una solución y comprender su esencia.

### **Bibliografía**

- Ávila, A. M. & Herrera, I. Retos Matemáticos. (s.f.). Recuperado de <http://www.cidse.itcr.ac.cr/ciemac/memorias/4toCIEMAC/Ponencias/Retosmatematicos.pdf>
- Costa Rica. Ministerio de Educación Pública. (2013). Reforma Curricular en Ética, Estética y Ciudadanía. Programas de Estudio de Matemáticas I y II Ciclo de la Educación Primaria, III Ciclo de Educación General Básica y Educación Diversificada. Recuperado de <http://www.mep.go.cr/sites/default/files/programadeestudio/programas/matematica.pdf> (p. 13)
- Di Vesta, F. (1989). Applications of cognitive psychology to education. In M. C. Wittrock & F. Farley (Eds.), *The future of educational psychology* (pp. 37-73). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Mayer, R. E. (1992). Cognition and instruction: Their historic meeting within educational psychology.

*Journal of Educational Psychology*, 84, 405-412.

México, Secretaría de Educación Pública. (2011). Programa de estudios 2011. Guía para el maestro. Educación Básica Secundaria Matemáticas. Cuauhtémoc, México, D. F. (p. 19)

Móviles- Distancias-Velocidades. (n.f.). Recuperado de <http://platea.pntic.mec.es/jescuder/moviles.htm>

Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics. In D. Grouws (Ed.), *Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 334-370). New York: MacMillan.

Valle, A., Rodríguez, S., Núñez, J. C., Cabanach, R. G., González-Pienda, J. A. & Rosario, P. (2010). Motivación y Aprendizaje Autorregulado. *Interamerican Journal of Psychology*, Sin mes, ISSN 0034-9690. 44(1) 86-97. Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=28420640010> p. 87.